

1. TEHNIKA MREŽNOG PLANIRANJA

Tehnika primene mrežnog planiranja se sastoji iz zasebnih faza analize:

- analiza strukture
- analiza vremena
- analiza troškova i
- raspodela resursa

Analiza strukture se uvek izvodi, dok se ostale faze rade prema potrebi. Naime, analiza vremena se ne može izvršiti dok se ne izvrši analiza strukture a analiza troškova i resursa povezana je sa analizom vremena.

Analiza strukture, tj., određivanje tehnološke i logičke međuzavisnosti aktivnosti u mrežnom planiranju predstavlja početnu i osnovnu fazu rada. U realizaciji ove faze mrežnog planiranja moraju učestvovati odgovarajući menadžeri i tehnolozi posmatranog projekta. Ovo nije rutinski posao, mada na prvi pogled izgleda jednostavan, treba mu posvetiti veliku pažnju jer greške napravljene ovoj fazi projekta mogu uticati na rezultate rada u svim ostalim fazama primene mrežnog planiranja u projektu.

1.1. Analiza strukture

Radi ukazivanja na osnovne postavke pri konstruisanju mrežnog dijagrama biće obrađena nekoliko primera u kojima je tretirana samo faza analize strukture.

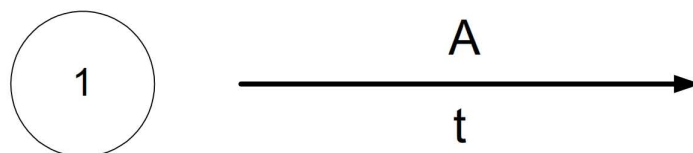
Primer 1.1. Za aktivnosti, date u Tabeli 1.1. nacrtati mrežni dijagram. Simbol (X) na preseku vrste i kolone, u matrici međuzavisnosti aktivnosti, znači da aktivnost iz vrste prethodi aktivnosti iz kolone, odnosno da aktivnost navedena u koloni sledi aktivnost navedenu u vrsti.

Tabela 1.1. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

Prethodna aktivnost \ Razmatrana aktivnost					
	A	B	C	D	E
A				X	X
B				X	
C					X
D					
E					

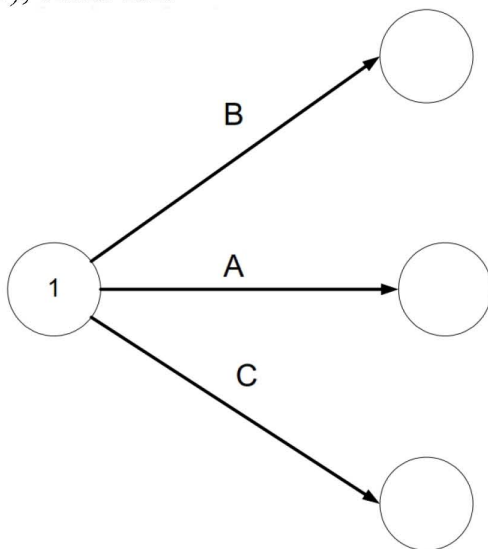
Rešenje:

Događaji na mrežnom dijagramu biće označeni krugom u kome je opisan broj događaja, dok će aktivnosti biti označene strelicom. Iznad strelice biće naznačena oznaka aktivnosti a ispod strelice dužina trajanja aktivnosti, kao što je dato na slici 1.1.



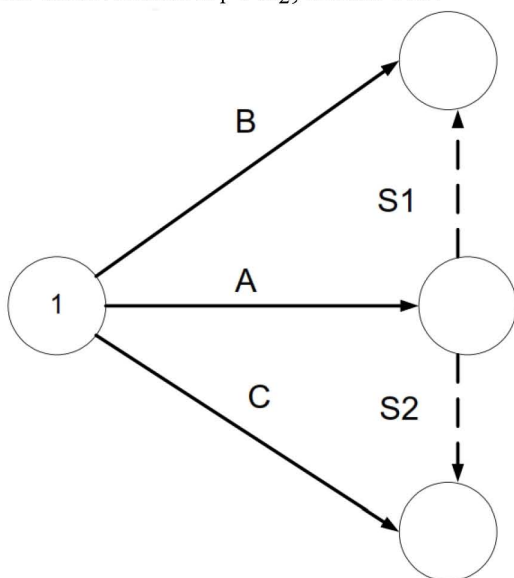
Slika 1.1. Oznaka događaja i aktivnosti

Za numerisanje događaja biće upotrebljeno uzastopno numerisanje događaja po metodi Fulkersona, koje će biti objašnjeno na zadatom primeru (Tabela 1.1). Međutim, prethodno je potrebno konstruisati mrežni dijagram zadatog primera. Očigledno je da aktivnosti A, B i C nemaju prethodne aktivnosti, te se mogu posmatrati kao početne aktivnosti koje izlaze iz prvog numerisanog događaja (događaja 1), slika 1.2.



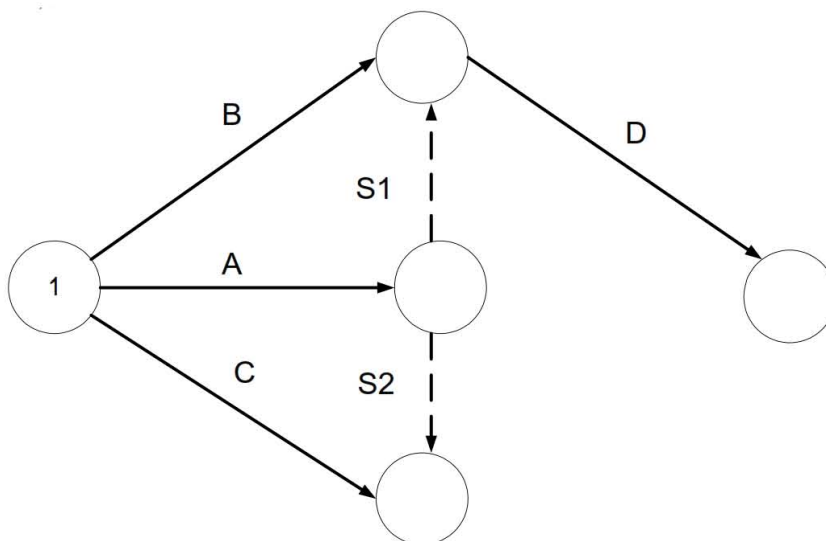
Slika 1.2. Prvi korak konstrukcije mrežnog dijagrama

Obzirom da aktivnost A prethodi dvema aktivnostima D i E, potrebno je uvesti dve prividne aktivnosti S_1 i S_2 , slika 1.3.



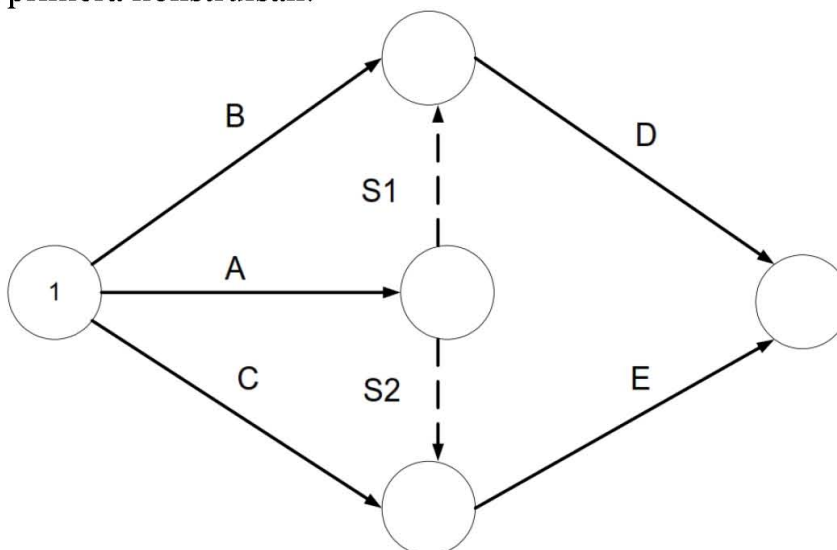
Slika 1.3. Drugi korak konstrukcije mrežnog dijagrama

Obzirom da aktivnosti D prethode aktivnosti A i B, onda ovu aktivnost uvodimo iza događaja gde se završava događaj B i događaj A (posredstvom S1), slika 1.4.



Slika 1.4. Treći korak konstrukcije mrežnog dijagrama

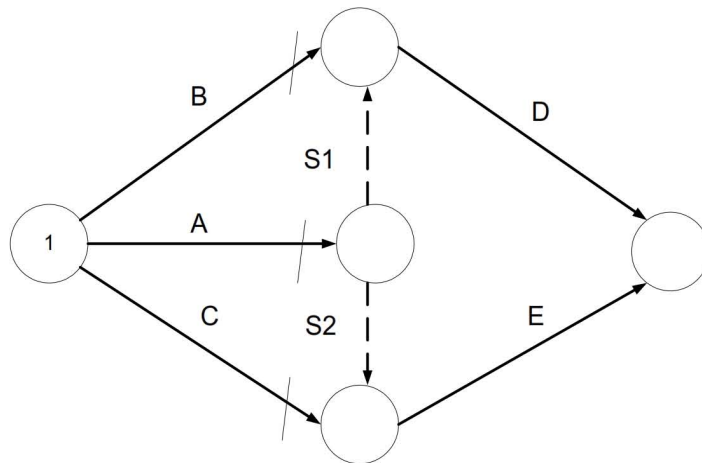
Prema tome, aktivnost E, kojoj prethodi aktivnost C i A, ucrtavamo iz događaja kojim se završava aktivnost C i A (preko S2), slika 1.5., i time je mrežni dijagram posmatranog primera konstruisan.



Slika 1.5. Četvrti korak konstrukcije mrežnog dijagrama

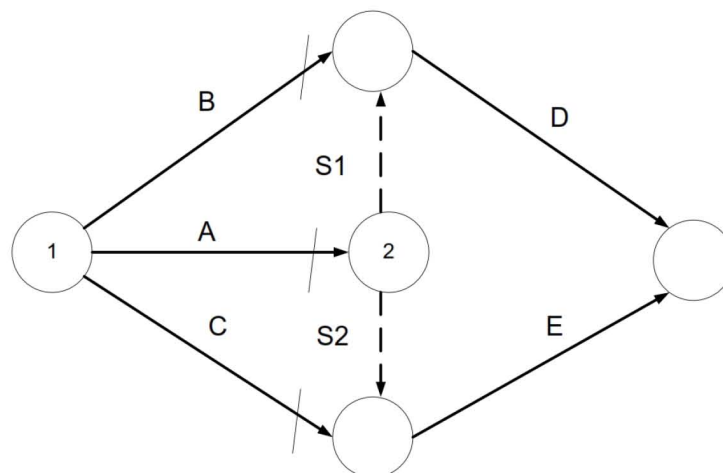
Sada je potrebno izvršiti numerisanje događaja, primenom pravila Fulkersona (Prilog 1). Iz skupa celih pozitivnih brojeva $[1, n]$, u prvom koraku najmanji se dodeljuje početnom događaju projekta (što je već dodeljeno događaju 1).

U drugom koraku se obeležavaju sve aktivnosti koje izlaze iz numerisanog događaja (prekriženom crticom u blizini strelice), slika 1.6.



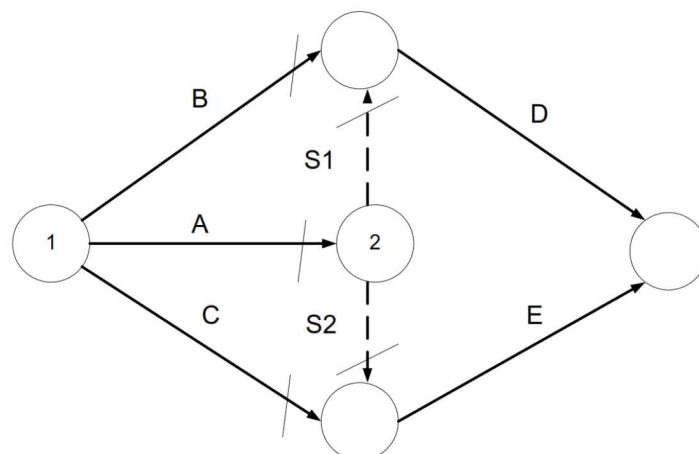
Slika 1.6. Drugi korak primene pravila Fulkersona

U trećem koraku se mogu numerisati završni događaji prekrivenih aktivnosti A, B i C. Završni događaji aktivnosti B i C imaju manje pravo na numeraciju od završnog događaja aktivnosti A, jer u njih ulaze i neprekrivene (pomoćne) aktivnosti S1 i S2, slika 1.7.



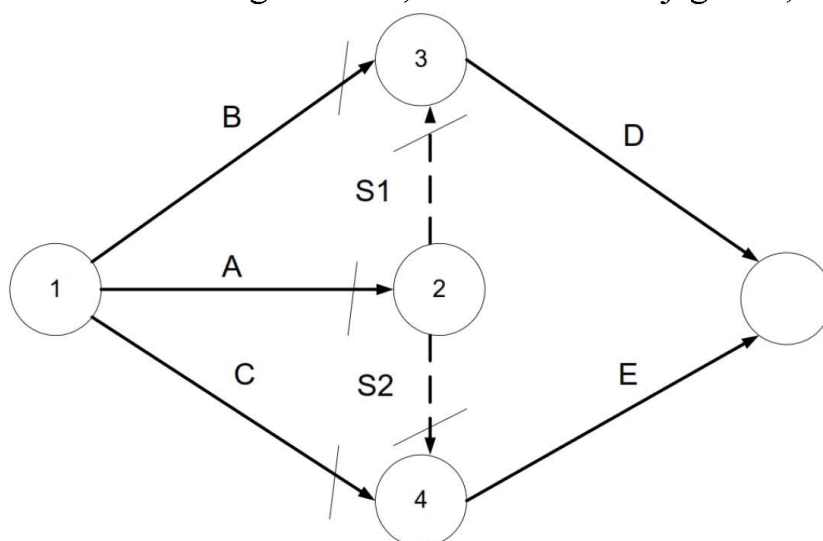
Slika 1.7. Treći korak primene pravila Fulkersona

U narednom koraku mogu se prekriziti aktivnosti S1 i S2, jer one izlaze iz novonumerisanog događaja 2, slika 1.8.



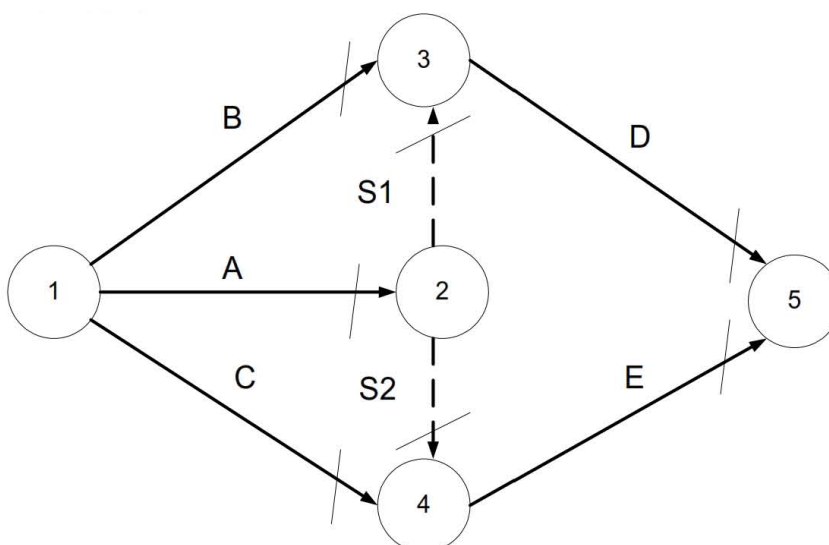
Slika 1.8. Četvrti korak primene pravila Fulkersona

U narednom koraku moguće je numerisati zavrne događaje novoobeležениh aktivnosti S1 i S2. To su završni događaji aktivnosti B i S1 i aktivnosti C i S2. Oba događaja su stekla pravo na numeraciju. Poželjno je da brojevi događaja rastu s leva na desno i odozgo nadole, na mrežnom dijagramu, slika 1.9.



Slika 1.9. Peti korak primene pravila Fulkersona

U završnom koraku je potrebno obeležiti aktivnosti D i E i numerisati krajnji događaj projekta, slika 1.10.



Slika 1.10. Završni korak primene pravila Fulkersona

Napomena: Početni događaj projekta prepoznaju se po tome što u njega ne ulaze aktivnosti, nego samo izlaze (događaj 1). Nasuprot tome, u završni događaj projekta samo ulaze aktivnosti a ne izlaze (događaj 5). Početne, ili nezavisne, aktivnosti projekta nemaju simbola u kolonama matrice međuzavisnosti aktivnosti (aktivnosti A,B i C). Završne aktivnosti projekta nemaju simbola u redovima matrice (aktivnosti D i E).

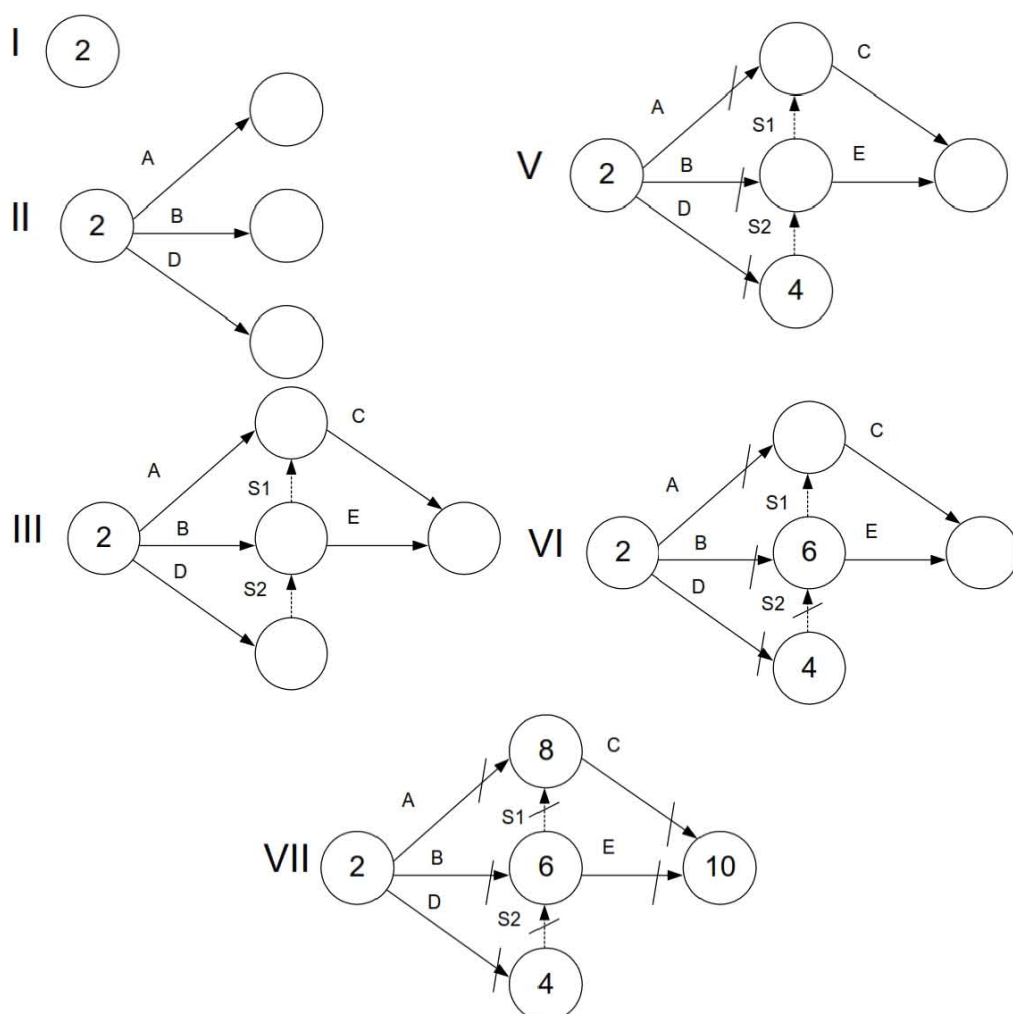
Primer 1.2. Konstruisati mrežni dijagram projekta čija je matrica međuzavisnosti aktivnosti data Tabelom 1.2. Pri numerisanju upotrebiti rastuće numerisanje sa preskocima, tj. upotrebiti samo parne brojeve $[2;2n]$.

Tabela 1.2. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

Razmatrana \ Prethodna	A	B	C	D	E
A			X		
B			X		X
C					
D			X		X
E					

Rešenje:

Na osnovu situacije definisane Tabelom 1.2, mogu se izdvojiti sledeće faze u konstrukciji i numeraciji mrežnog dijagrama, slika 1.11.



Slika 1.11. Koraci u konstrukciji i numerisanju mrežnog dijagrama

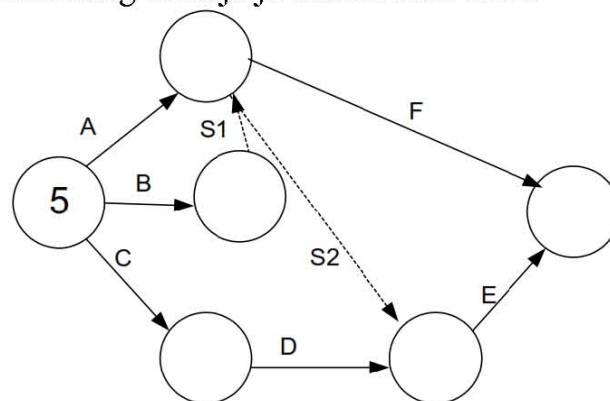
Primer 1.3. Za matricu međuzavisnosti aktivnosti, datu Tabelom 1.3., konstruisati mrežni dijagram i numerisati ga pravilom Fulkersona sa rastućim numerisanjem. Upotrebiti rastuće numerisanje sa korakom preskoka jednakim 5 $[5,5n]$.

Tabela 1.3. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

Razmatrana \ Prethodna	A	B	C	D	E	F
A					X	X
B					X	X
C				X		
D					X	
E						
F						

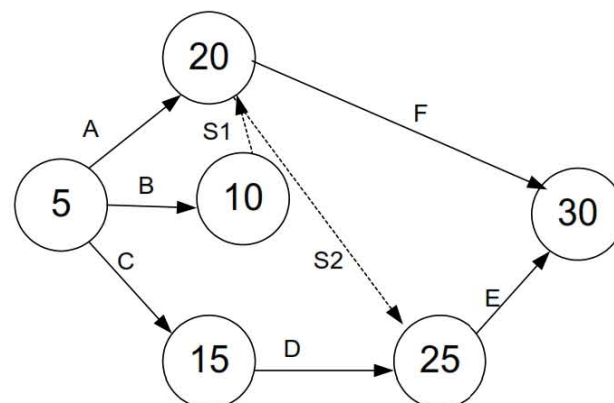
Rešenje:

Mrežni dijagram razmatranog slučaja je dat na slici 1.12.



Slika 1.12. Konačni mrežni dijagram razmatranog primera

Kada se na mrežni dijagram, dat na slici 1.12., primeni pravilo Fulkersona sa korakom preskoka 5, dobija se konačno numerisani mrežni dijagram prikazan na slici 1.13.



Slika 1.13. Konačni mrežni dijagram razmatranog primera numerisan prema pravilu Fulkersona sa preskokom 5

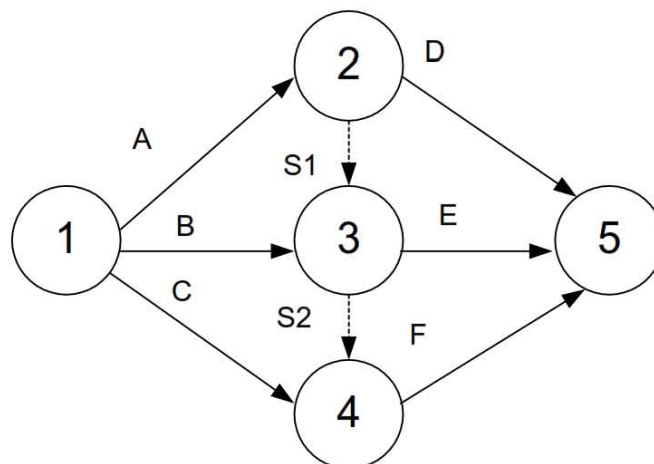
Primer 1.4. Nacrtati mrežni dijagram projekta, čija je šema međuzavisnosti aktivnosti data Tabelom 1.4. Izvršiti uzastopno rastuće numerisanje koristeći pravilo Fulkersona.

Tabela 1.4. Polazna matrica međuzavisnosti aktivnosti

Prethodne \ Razmatrane	A	B	C	D	E	F
A				X	X	
B					X	X
C						X
D						
E						
F						

Rešenje:

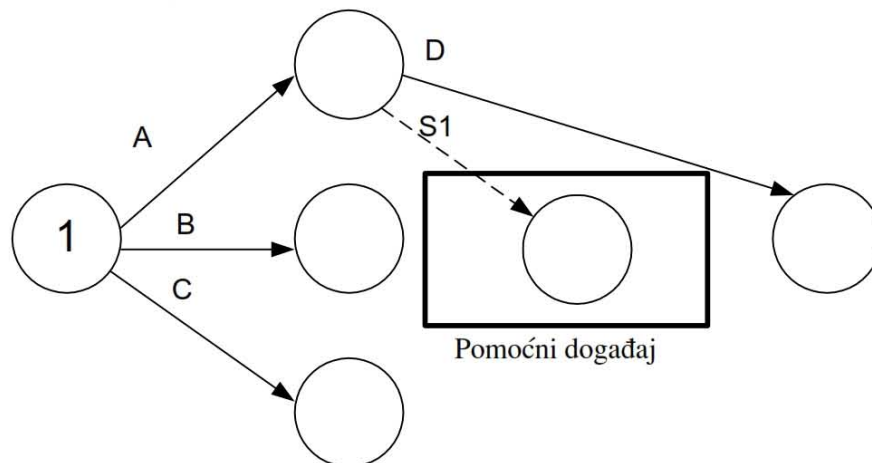
Ukoliko bi smo primenili logičko razmišljanje, kao i u prethodnim primerima, mogli bi smo da konstruišemo sledeći dijagram, slika 1.14., na kome su polazne aktivnosti A,B i C, dok su krajnje aktivnosti D,E i F.



Slika 1.14. Polazni mrežni dijagram razmatranog primera

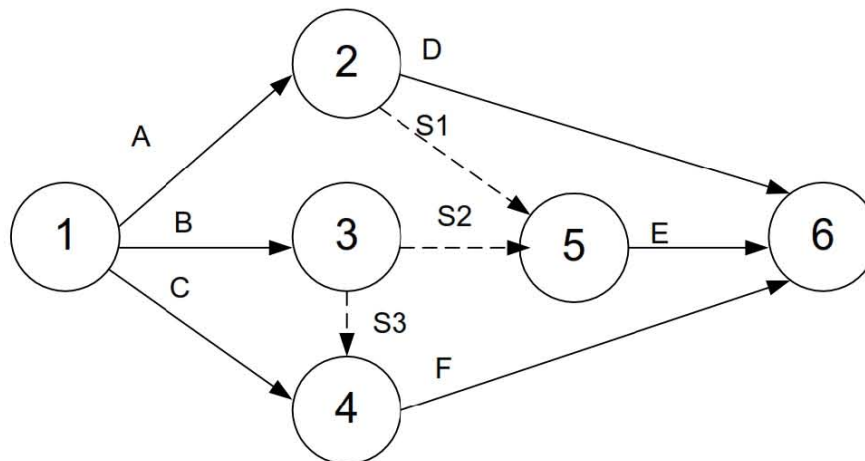
Međutim, rešenje na slici 1.14. nije tačno. Na dijagramu je očigledno da aktivnosti E prethode aktivnosti A i B (što je i potrebno na osnovu Tabele 1.4), međutim aktivnosti F prethode A, B i C a potrebno je da joj prethode samo B i C.

Očigledno je da u ovom slučaju treba, na neki način, premestiti aktivnost S1 koja dovodi aktivnost A kao prethodnu aktivnosti F. Ovaj problem se najlakše rešava tako što se uvodi pomoćni događaj, kao početni događaj aktivnosti E, slika 1.15.



Slika 1.15. Transformacija mrežnog dijagrama

Sledeće je potrebno rasporediti aktivnosti E i F, prema matrici međuzavisnosti aktivnosti, što daje sledeći konačni mrežni dijagram, slika 1.16.



Slika 1.16. Konačni mrežni dijagram

Primer 1.5. Naknadno je ustanovljeno da u projektu iz prethodnog zadatka treba obaviti još dve aktivnosti (G i H), tako da prva od njih G može početi čim se završi aktivnost C, dok aktivnost E ne može početi pre završetka aktivnosti G. Aktivnost H može početi po završetku aktivnosti G, i od nje ne zavisi ni jedna aktivnost. Formirati novu matricu međuzavisnosti aktivnosti i novi mrežni dijagram koji oslikava novonastalu situaciju.

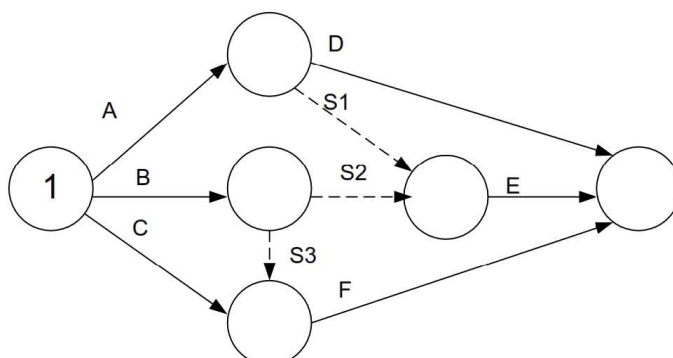
Rešenje:

Dodavanjem novih aktivnosti, matrica međuzavisnosti aktivnosti izgleda na sledeći način, Tabela 1.5.

Tabela 1.5. Dodavanje aktivnosti G i H

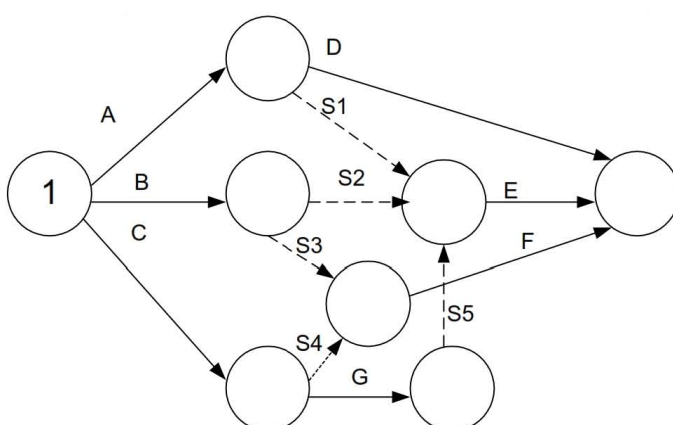
Prethodna \ Razmatrana	A	B	C	D	E	F	G	H
A				X	X			
B					X	X		
C						X	X	
D								
E								
F								
G					X			X
H								

Dijagram iz prethodnog primera, slika 1.16, nacrtaćemo bez numeracije i onda analizirati gde je moguće umetnuti nove aktivnosti, slika 1.17.



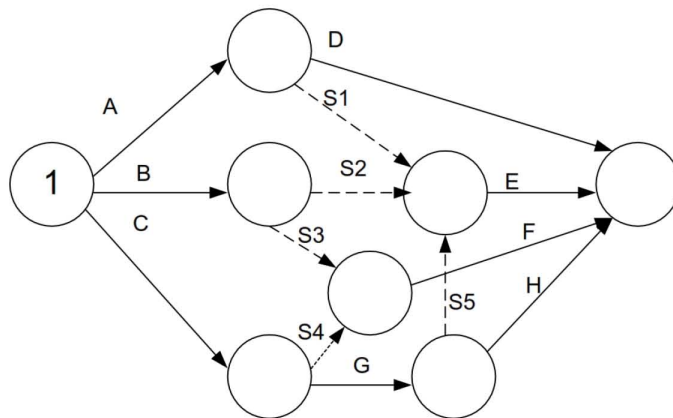
Slika 1.17. Polazni mrežni dijagram

Obzirom da aktivnosti G prethodi aktivnost C, dok aktivnosti E prethodi aktivnost G, tako da aktivnost G treba dodati na sledeći način, slika 1.18.



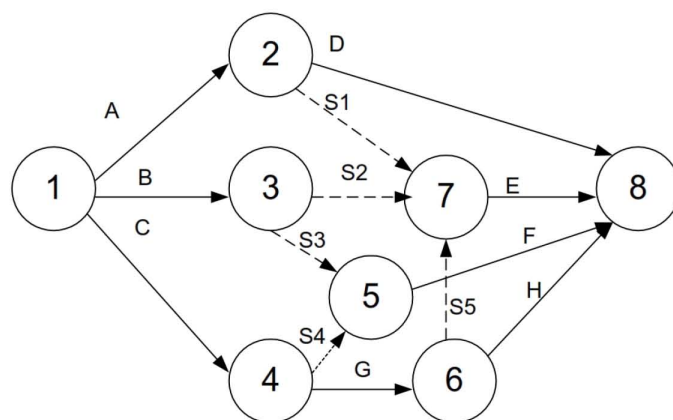
Slika 1.18. Dodavanje aktivnosti G

Obzirom da aktivnosti H, prethodi aktivnost G, a aktivnost A nije prethodna ni jednoj aktivnosti, te je crtamo na sledeći način, slika 1.19.



Slika 1.19. Dodavanje aktivnosti H

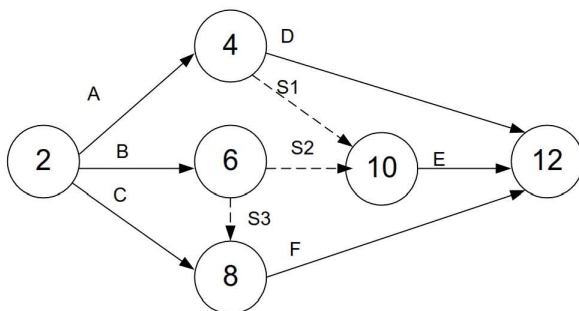
Konačno numerisani dijagram dat je na slici 1.20.



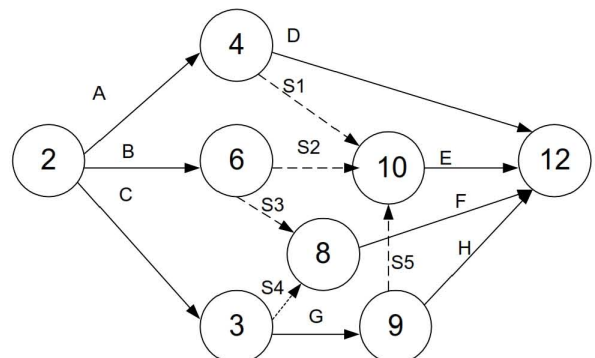
Slika 1.20. Konačni mrežni dijagram razmatranog slučaja

U razmatranom slučaju se može videti važnost numerisanja sa preskocima. Jer da je, na primer, polazni dijagram (slika 1.17) bio numerisan sa preskocima, onda bi bilo moguće nacrtati nove aktivnosti bez promene numeracije polaznih događaja, uz samo dodavanje novih koji bi dobili numeraciju među već postojećim događajima. Primer dat na slici 1.21.

a) Polazni dijagram



b) Dijagram sa dodatim aktivnostima



Slika 1.21. Razmatrani slučaj uz numeraciju sa preskocima

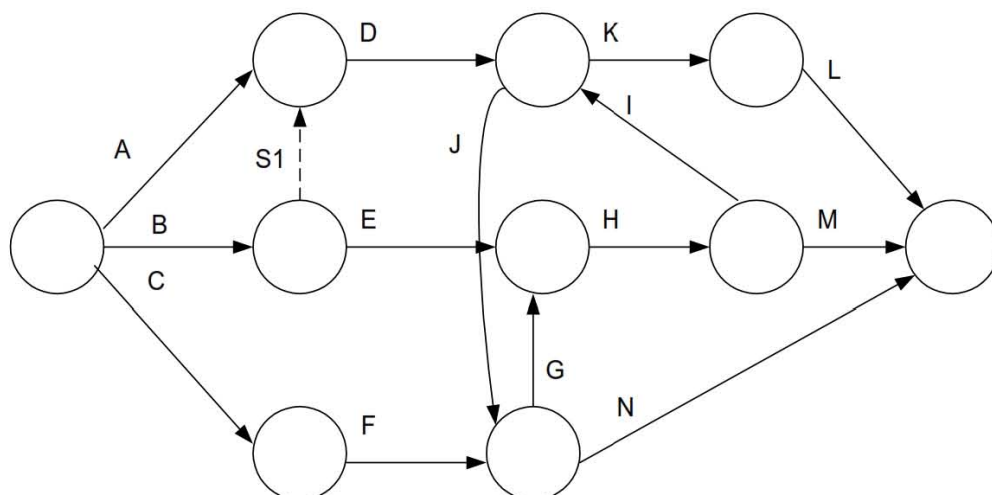
Primer 1.6. Za matricu međuzavisnosti aktivnosti, datu Tabelom 1.6., nacrtati mrežni dijagram i numerisati ga uzastopnim rastućim numerisanjem pravilom Fulkersona.

Tabela 1.6. Polazna matrica međuzavisnosti aktivnosti

	Razmatrana	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
Prethodna															
A				X											
B				X	X										
C							X								
D											X	X			
E									X						
F								X							X
G									X						
H										X				X	
I											X	X			
J								X							X
K													X		
L															
M															
N															

Rešenje:

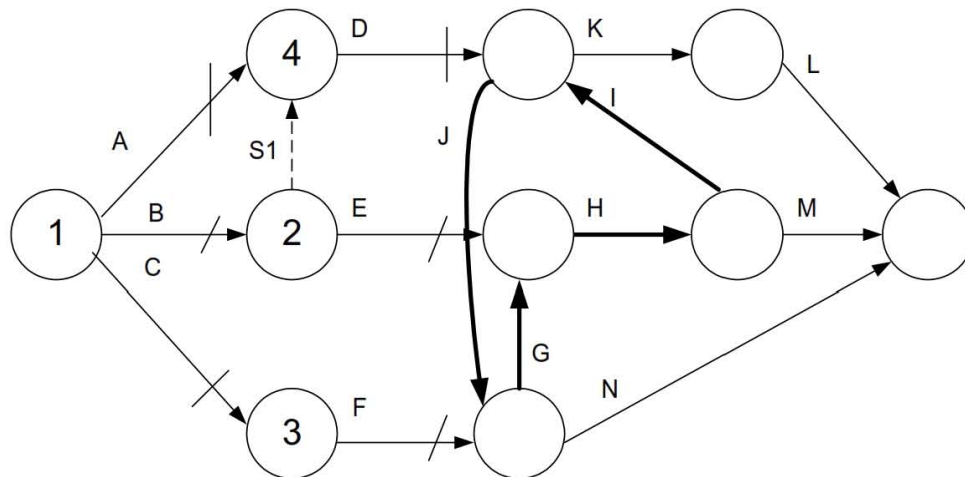
Na osnovu gornje matrice može se konstruisati sledeći mrežni dijagram, slika 1.22.



Slika 1.22. Mrežni dijagram razmatranog slučaja

Sledeći korak predstavlja numeraciju primenom pravila Fulkersona:

U prvom koraku dodeljuje se numeracija 1 početnom događaju projekta. U drugom koraku se obeležavaju (kosom crtom) sve aktivnosti koje izlaze iz numerisanog događaja (aktivnosti A, B i C). U trećem koraku se numeriše događaj 2 u koji ulazi obeležena aktivnost B i događaj 3 u koji ulazi aktivnost C. Sada je moguće obeležiti aktivnost S1 jer izlazi iz numerisanog događaja 2, takođe i aktivnosti E i F. Sledeći korak je numeracija događaja 4 u koji ulaze aktivnosti A i S1. Potom je moguće obeležiti aktivnost D. Trenutna situacija je data na slici 1.23.



Slika 1.23. Polazni koraci numerisanja razmatranog primera

U pokušaju narednog obeležavanja aktivnosti i numeracije događaja, javlja se problem. Naime, događaj u koji ulazi obeležena aktivnost D ne može se numerisati, jer u njega ulazi i neobeležena aktivnost I. Isto važi i za događaj u koji ulazi aktivnost E kao i za događaj u koji ulazi aktivnost F, jer pored navedenih u njih ulaze i neobeležene aktivnosti.

Kako nema događaja koji su stekli pravo na numeraciju, to znači da se ne može do kraja numerisati ovaj mrežni dijagram, pravilom Fulkersona. Razlog za ovu činjenicu je taj što u mrežnom dijagramu postoji kružni put (zatvorena petlja), čije otkrivanje je i bio cilj ovog zadatka.

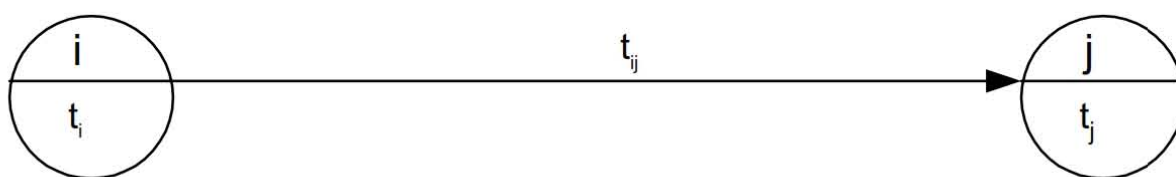
Taj kružni put sačinjavaju aktivnosti G-H-I-J-G. Razmatrajući aktivnosti kružnog puta dolazi se do zaključka da je aktivnost G ujedno i prethodna i naredna aktivnost aktivnostima H-I-J. Ovo je logički-tehnološki nemoguće, jer se svaki projekat vremenski mora odvijati unapred, odnosno da svaka aktivnost mora imati svoj početak i kraj. Ovaj kružni put se relativno lako može uočiti na jednostavnom mrežnom dijagramu, kao što je dijagram razmatran u ovom primeru. Teže je vizualno uočiti kružni put na većem mrežnom dijagramu.

Na osnovu razmatranog dijagrama se uočava da je Fulkersonovo pravilo rastućeg numerisanja dobar alat za otkrivanje kružne putanje u mrežnom dijagramu.

1.2. Analiza vremena - metoda kritičnog puta – (CPM)

Projekat predstavlja skup međusobno povezanih aktivnosti sa tačno definisanim početkom, krajem i trajanjem svake od aktivnosti. Vreme trajanja aktivnosti A_{ij} , obeležava se sa t_{ij} , pri čemu indeks «i» označava broj početnog događaja, a indeks «j» broj završnog događaja aktivnosti. Odakle je očigledno da događaj označava vremenski trenutak u kome može početi neka aktivnost, ali i trenutak njenog završetka.

Ukoliko sa t_i obeležimo trenutak zbivanja početnog događaja aktivnosti A_{ij} , a sa t_j - trenutak zbivanja završnog događaja, onda za svaku aktivnost imamo sledeće vremenske parametre, Slika 1.24.



Slika 1.24. Vremenski parametri aktivnosti projekta

Vreme t_{ij} je polazni podatak o trajanju aktivnosti A_{ij} , dok se t_j određuje na osnovu relacije:

$$t_j = t_i + t_{ij}$$

Obzirom da trenutak početka posmatrane aktivnosti ne mora biti jednak trenutku završetka prethodne aktivnosti, to će se za svaku aktivnost određivati najraniji početak i završetak aktivnosti kao i najkasniji početak i završetak aktivnosti, pri čemu su oznake:

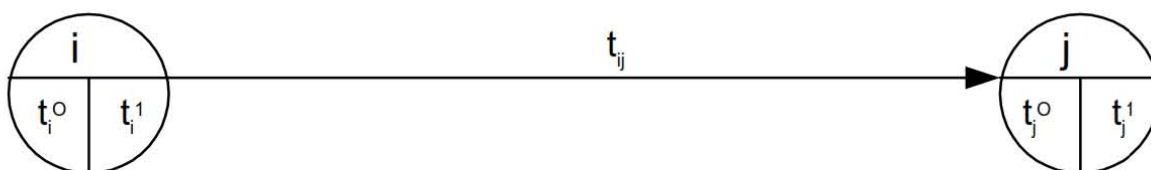
t_i - najraniji mogući početak aktivnosti A_{ij}

t_i - najkasniji mogući početak aktivnosti A_{ij}

t_j - najraniji mogući završetak aktivnosti A_{ij}

t_j - najkasniji dozvoljeni završetak aktivnosti A_{ij}

Na osnovu definisanih oznaka, vremenski parametri aktivnosti projekta su dati na slici 1.25.



Slika 1.25. Kompletni vremenski parametri koji definišu aktivnosti projekta

Postupak određivanja navedenih vremenskih parametara započinje tako što se najpre odrede vremena najranijeg završetka, odnosno najranijeg početka, aktivnosti. Za svaku aktivnost koja polazi iz početnog događaja A_1 usvaja se da je vreme najranijeg početka $t_1^0 = 0$. Vreme njenog završetka je $t_j^0 = t_1^0 + t_{ij}$. Ukoliko je A_{ij} završni događaj za više aktivnosti koje nemaju isto trajanje, onda taj događaj može nastupiti tek posle završetka aktivnosti sa najdužim vremenom trajanja:

$$t_j^0 = \max_i (t_i^0 + t_{ij}) \quad (1.1.)$$

Korišćenjem jednačine 1.1., određuje se najraniji završetak svake naredne aktivnosti. Na taj način se dobija i vreme nastupanja završnog događaja projekta, koje je istovremeno najraniji mogući završetak projekta t_n^0 . Ukoliko je poznat planirani rok završetka celog projekta (T), on će biti ostvaren samo ukoliko je $t_n^0 \leq T$. Ukoliko se desi da je $t_n^0 > T$, projekat ne može biti završen u planiranom roku, pa je potrebno izvršiti skraćivanje trajanja pojedinih aktivnosti do postizanja planiranog roka.

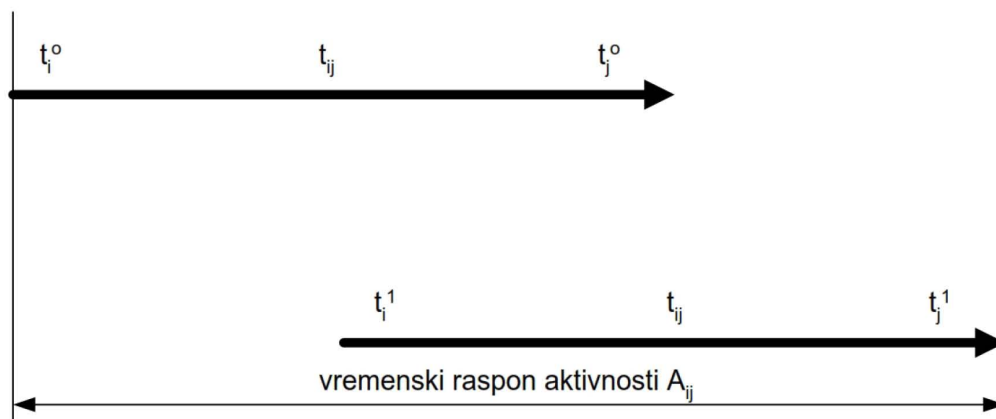
Kada se izračuna vreme najranijeg mogućeg završetka projekta t_n^0 , pri čemu ono zadovoljava uslov $t_n^0 \leq T$, nema nikakvih razloga da to ne bude i vreme najkasnijeg završetka projekta, odakle sledi da je $t_n^0 = T = t_n^1$.

Time počinje postupak izračunavanja vremena najkasnijih početaka aktivnosti. Ovaj postupak teče suprotno od prethodnog. Polazi se od završnog događaja projekta i ide prema početnom događaju.

Vreme kada aktivnost najkasnije mora početi, da bi se završila do svog najkasnijeg završetka dobija se kao:

$$t_i^1 = \min_j (t_j^1 - t_{ij}) \quad (1.2.)$$

Sva četiri definisana vremenska podatka se mogu predstaviti na sledeći način, slika 1.26.



Slika 1.26. Odnos najranijih i najkasnijih početaka i završetka aktivnosti

Izvršenje bilo koje aktivnosti se može pomerati samo u razmaku između najranijeg početka t_i^0 i najkasnijeg završetka t_j^1 . Navedeni vremenski raspon se naziva raspoloživo vreme trajanja aktivnosti ili maksimalno dozvoljeno trajanje aktivnosti.

Sam postupak izračunavanja vremenskih parametara može se obavljati na više načina. Najčešće se primenjuju tri postupka: Mašinski (uz upotrebu računara), proračun vremena pomoću mrežnog dijagrama i proračun vremena pomoću matrice međuzavisnosti aktivnosti.

Proračun vremena CPM metodom pomoću mrežnog dijagrama

Primer 1.7. Ukoliko je spisak aktivnosti i njihova međusobna zavisnost, kao i trajanje, dat u Tabeli 1.7, konstruisati matricu međuzavisnosti aktivnosti i mrežni dijagram, a potom izvršiti analizu vremena projekta po CPM metodi.

Tabela 1.7. Polazni podaci o projektu

aktivnost	A	B	C	D	E	F	G	H
zavisi od	/	/	A	A	B,C	B,C	D,E	D,E,F
traje	10	12	2	9	6	5	7	3

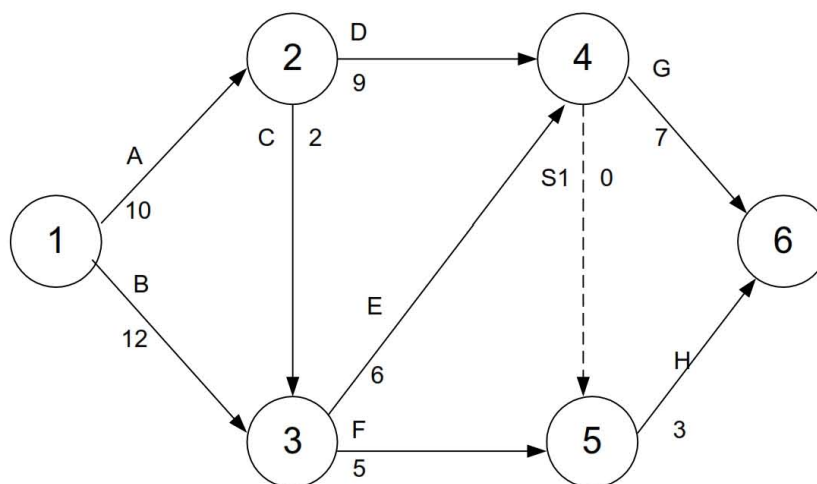
Rešenje:

Na osnovu Tabele 1.7. moguće je konstruisati sledeću matricu međuzavisnosti aktivnosti, Tabela 1.8.

Tabela 1.8. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

Razmatrana \ Prethodna	A	B	C	D	E	F	G	H
A			X	X				
B					X	X		
C					X	X		
D							X	X
E							X	X
F								X
G								
H								
trajanje	10	12	2	9	6	5	7	3

Na osnovu prethodne tabele moguće je konstruisati sledeći mrežni dijagram, slika 1.27.



Slika 1.27. Polazni mrežni dijagram razmatranog slučaja

Sledeći korak je analiza vremena razmatranog projekta, koja se radi na sledeći način:

Određivanje najranijeg početka aktivnosti

Koristeći jednačinu 1.1. moguće je izvršiti sledeći proračun:

$$t_1^o = 0$$

$$t_2^o = \max(t_1^o + t_{12}) = 0 + 10 = 10$$

$$t_3^o = \max[(t_1^o + t_{13}); (t_2^o + t_{23})] = \max[(0 + 12); (10 + 2)] = \max(12, 12) = 12$$

$$t_4^o = \max[(t_2^o + t_{24}); (t_3^o + t_{34})] = \max[(10 + 9); (12 + 6)] = \max(19, 18) = 19$$

$$t_5^o = \max[(t_4^o + t_{45}); (t_3^o + t_{35})] = \max[(19 + 0); (12 + 5)] = \max(19, 17) = 19$$

$$t_6^o = \max[(t_4^o + t_{46}); (t_5^o + t_{56})] = \max[(19 + 7); (19 + 3)] = \max(26, 22) = 26$$

Prema tome, vreme najranijeg mogućeg završetka projekta je $t_n^o = t_6^o = 26$ dana. Usvajamo da je to i vreme najkasnije dozvoljenog završetka, odnosno $t_6^o = t_6^1 = 26$.

Određivanje najkasnijeg početka aktivnosti:

Koristeći jednačinu 1.2. moguće je izvršiti sledeći proračun:

$$t_5^1 = \min[(t_6^1 - t_{56})] = \min[(26 - 3)] = 23$$

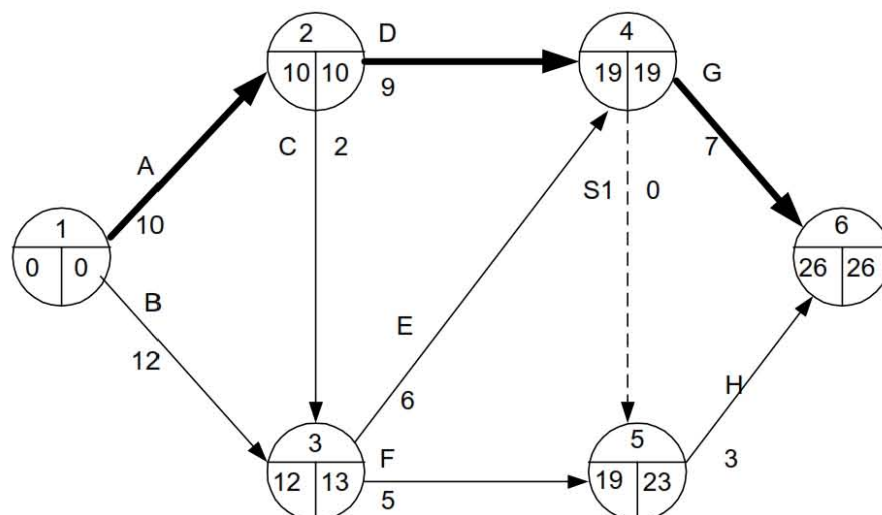
$$t_4^1 = \min[(t_6^1 - t_{46}); (t_5^1 - t_{54})] = \min[(26 - 7); (23 - 0)] = 19$$

$$t_3^1 = \min[(t_4^1 - t_{34}); (t_5^1 - t_{53})] = \min[(19 - 6); (23 - 5)] = 13$$

$$t_2^1 = \min[(t_4^1 - t_{24}); (t_3^1 - t_{23})] = \min[(19 - 9); (13 - 2)] = 10$$

$$t_1^1 = \min[(t_2^1 - t_{12}); (t_3^1 - t_{13})] = \min[(10 - 10); (13 - 12)] = 0$$

Na ovaj način završena analiza vremena unosi se u mrežni dijagram na način prikazan na slici 1.28.



Slika 1.28. Konačni mrežni dijagram razmatranog slučaja

Određivanje kritičnog puta

Put koji ima najveću dužinu trajanja, od početnog do završnog događaja projekta, naziva se kritični put. U mrežnom dijagramu može postojati jedan ili više kritičnih puteva, pri čemu i veštačke aktivnosti (S_i) mogu pripadati kritičnom putu. Kritični put, kao najduži put, predstavlja najkraće vreme za koje se može završiti ceo projekat.

Sve aktivnosti koje se nalaze na kritičnom putu nazivaju se kritičnim aktivnostima.

Kritični događaji imaju jednaka najranija i najkasnija vremena odigravanja, odnosno: $t_i^o = t_i^1$ i $t_j^o = t_j^1$.

Kritični put na dijagramu prikazanom na slici 1.28. je: $A_{12}(A)-A_{24}(D)-A_{46}(G)$, odnosno, njegovo trajanje je: $t_{12}+t_{24}+t_{46}=10+9+7=26$ dana, što je istovremeno i najkraće moguće vreme za završetak celog projekta.

Vremenska rezerva nekritičnog puta pokazuje za koliko vremenskih jedinica ukupno može biti povećano trajanje jedne ili više nekritičnih aktivnosti sa tog puta, te da zbog toga ne dođe do pomeranja roka završetka celog projekta.

Primer 1.8. Analizom plana projekta, rukovodilac projekta je sačinio sledeću matricu međuzavisnosti aktivnosti, Tabela 1.9.

Potrebno je:

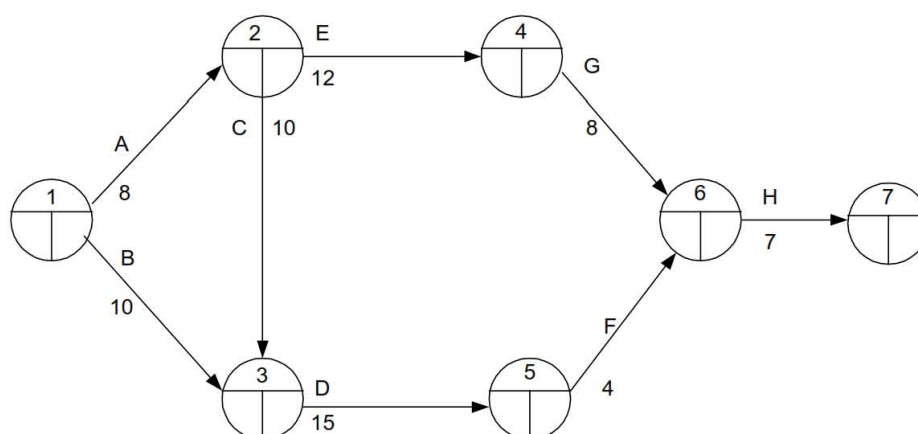
- projektovati mrežni dijagram
- odrediti najranija i najkasnija vremena početka aktivnosti
- odrediti kritični put

Tabela 1.9. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

Razmatrana \ Prethodna	A	B	C	D	E	F	G	H
A			X		X			
B				X				
C				X				
D						X		
E							X	
F								X
G								X
H								
Trajanje aktivnosti	8	10	10	15	12	4	8	7

Rešenje:

a) Optimalni mrežni dijagram je dat na slici 1.29.



Slika 1.29. Konstrukcija polaznog mrežnog dijagrama razmatranog slučaja

b) analiza vremena

Određivanje najranijeg početka aktivnosti

Koristeći jednačinu 1.1. moguće je izvršiti sledeći proračun:

$$t_1^o = 0$$

$$t_2^o = \max(t_1^o + t_{12}) = 0 + 8 = 8$$

$$t_3^o = \max[(t_1^o + t_{13}); (t_2^o + t_{23})] = \max[(0 + 10); (8 + 10)] = \max(10, 18) = 18$$

$$t_4^o = \max[(t_2^o + t_{24})] = \max[(8 + 12)] = \max(20) = 20$$

$$t_5^o = \max[(t_3^o + t_{35})] = \max[(18 + 15)] = \max(33) = 33$$

$$t_6^o = \max[(t_4^o + t_{46}); (t_5^o + t_{56})] = \max[(20 + 8); (33 + 4)] = \max(28, 37) = 37$$

$$t_7^o = \max[(t_6^o + t_{67})] = \max[(37 + 7)] = \max(44) = 44$$

Prema tome, vreme najranijeg mogućeg završetka projekta je $t_n^0 = t_7^0 = 44$ dana. Usvajamo da je to i vreme najkasnije dozvoljenog završetka, odnosno $t_7^0 = t_7^1 = 44$.

Određivanje najkasnijeg početka aktivnosti:

Koristeći jednačinu 1.2. moguće je izvršiti sledeći proračun:

$$t_7^0 = t_7^1 = 44$$

$$t_6^1 = \min [(t_7^1 - t_{67})] = \min [(44 - 7)] = 37$$

$$t_5^1 = \min [(t_6^1 - t_{56})] = \min [(37 - 4)] = 33$$

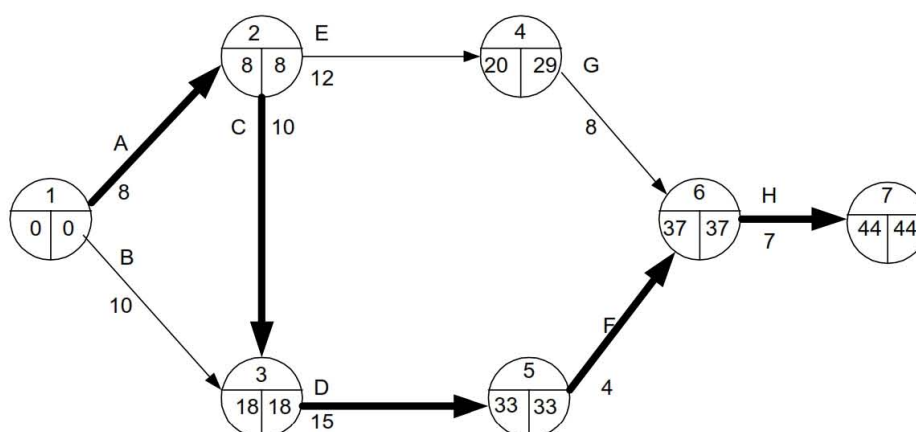
$$t_4^1 = \min [(t_6^1 - t_{46})] = \min [(37 - 8)] = 29$$

$$t_3^1 = \min [(t_5^1 - t_{35})] = \min [(33 - 15)] = 18$$

$$t_2^1 = \min [(t_4^1 - t_{24}); (t_3^1 - t_{23})] = \min [(29 - 12); (18 - 10)] = 8$$

$$t_1^1 = \min [(t_2^1 - t_{12}); (t_3^1 - t_{13})] = \min [(8 - 8); (18 - 10)] = 0$$

Konačni mrežni dijagram razmatranog slučaja dat je na slici 1.30.



Slika 1.30. Konačni mrežni dijagram razmatranog slučaja

c) Kritični put razmatranog projekta je: A-C-D-F-H

Primer 1.9. Realizacija projekta je data sledećom strukturnom tabelom, Tabela 1.10.

Tabela 1.10. Strukturna tabela razmatranog projekta

Aktivnost	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Prethodna aktivnost	/	/	/	A	B	B	C	E	D,H	E	F,G	J
Trajanje	8	6	5	9	4	7	10	5	7	3	4	2

Potrebno je:

- konstruisati mrežni dijagram
- odrediti kritični put projekta

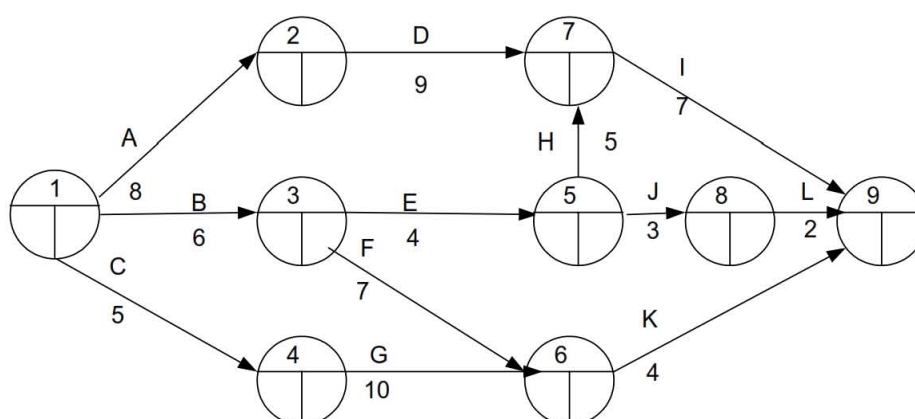
Rešenje:

a) Na osnovu zadate strukturne tabele, moguće je konstruisati sledeću matricu međuzavisnosti aktivnosti, Tabela 1.11.

Tabela 1.11. Matrica međuzavisnosti aktivnosti razmatranog primera

Razmatrana \ Prethodna	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A				X								
B					X	X						
C							X					
D									X			
E								X		X		
F											X	
G											X	
H									X			
I												
J												X
K												
L												
trajanje	8	6	5	9	4	7	10	5	7	3	4	2

Na osnovu navedene matrice formira se sledeći mrežni dijagram, slika 1.31.



Slika 1.31. Mrežni dijagram razmatranog primera

b) analiza vremena

Određivanje najranijeg početka aktivnosti

Koristeći jednačinu 1.1. moguće je izvršiti sledeći proračun:

$$t_1^0 = 0$$

$$t_2^0 = (t_1^0 + t_{12}) = 0 + 8 = 8$$

$$t_3^0 = (t_1^0 + t_{13}) = (0 + 6) = 6$$

$$t_4^0 = (t_1^0 + t_{14}) = (0 + 5) = 5$$

$$t_5^0 = (t_3^0 + t_{35}) = (6 + 4) = 10$$

$$t_6^0 = \max[(t_3^0 + t_{36}); (t_4^0 + t_{46})] = \max [(6 + 7); (5 + 10)] = \max (13, 15) = 15$$

$$t_7^0 = \max[(t_2^0 + t_{27}); (t_5^0 + t_{57})] = \max [(8 + 9); (10 + 5)] = \max (17; 15) = 17$$

$$t_8^0 = (t_5^0 + t_{58}) = (10 + 3) = 13$$

$$t_9^0 = \max[(t_6^0 + t_{69}); (t_7^0 + t_{79}); (t_8^0 + t_{89})] = \max [(15 + 4); (17 + 7); (13 + 2)] \\ = \max (19; 24; 15) = 24$$

Prema tome, vreme najranijeg mogućeg završetka projekta je $t_n^0 = t_9^0 = 24$ dana. Usvajamo da je to i vreme najkasnije dozvoljenog završetka, odnosno $t_9^0 = t_9^1 = 24$.

Određivanje najkasnijeg početka aktivnosti:

Koristeći jednačinu 1.2. moguće je izvršiti sledeći proračun:

$$t_9^0 = t_9^1 = 24$$

$$t_8^1 = (t_9^1 - t_{89}) = (24 - 2) = 22$$

$$t_7^1 = (t_9^1 - t_{79}) = (24 - 7) = 17$$

$$t_6^1 = (t_9^1 - t_{69}) = (24 - 4) = 20$$

$$t_5^1 = \min [(t_8^1 - t_{58}); (t_7^1 - t_{57})] = \min [(22 - 3); (17 - 5)] = 12$$

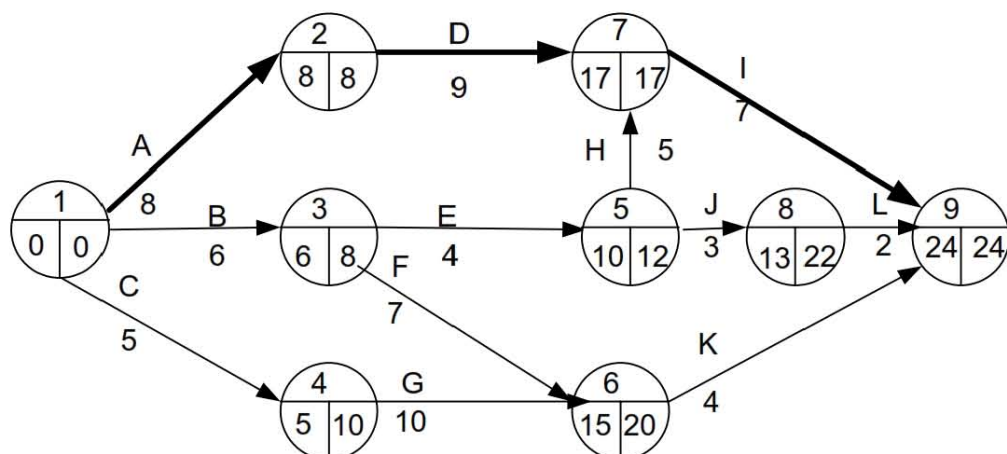
$$t_4^1 = (t_6^1 - t_{46}) = (20 - 10) = 10$$

$$t_3^1 = \min [(t_5^1 - t_{35}); (t_6^1 - t_{36})] = \min [(12 - 4); (20 - 7)] = 8$$

$$t_2^1 = (t_7^1 - t_{27}) = (17 - 9) = 8$$

$$t_1^1 = \min [(t_4^1 - t_{14}); (t_3^1 - t_{13}); (t_2^1 - t_{12})] = \min [(10 - 5); (8 - 6); (8 - 8)] = 0$$

Konačni mrežni dijagram razmatranog slučaja dat je na slici 1.32.



Slika 1.32. Konačni mrežni dijagram razmatranog slučaja

Primer 1.10. Za projekat čija je lista aktivnosti data u Tabeli 1.12, potrebno je:

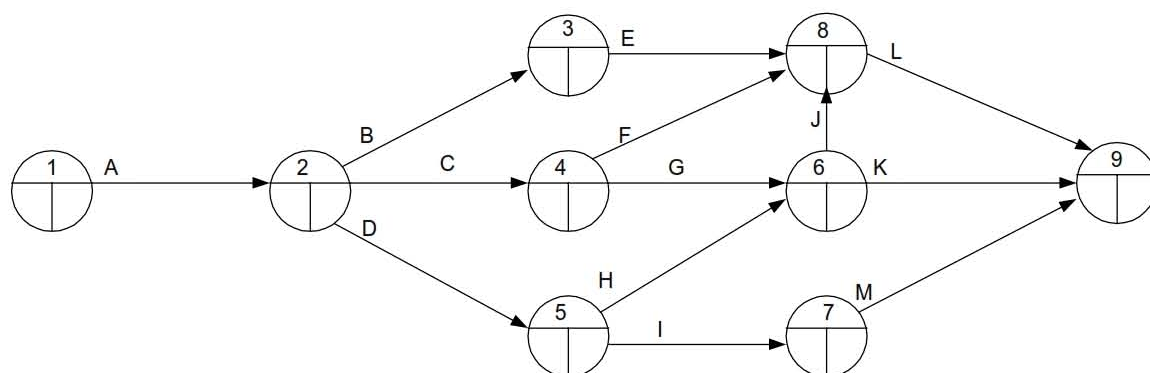
- nacrtati mrežni dijagram i numerisati isti rastućim uzastopnim numerisanjem po pravilu Fulkersona.
- izvršiti analizu vremena.

Tabela 1.12. parametri aktivnosti posmatranog projekta

Oznaka aktivnosti	zavisi od:	Vreme trajanja
A	/	10
B	A	6
C	A	6
D	A	10
E	B	4
F	C	20
G	C	3
H	D	14
I	D	22
J	G,H	4
K	G,H	10
L	E,F,J	8
M	I	5

Rešenje:

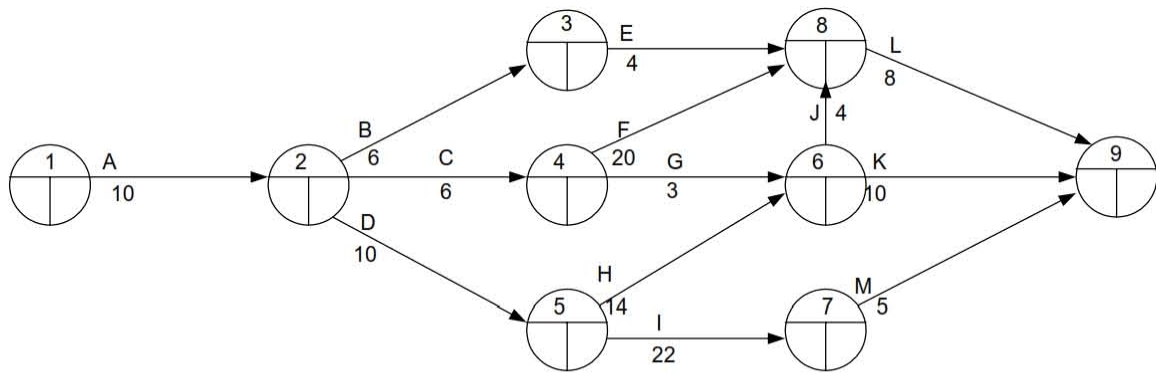
- Mrežni dijagram razmatranog slučaja je prikazan na slici 1.33.



Slika 1.33. Polazni mrežni dijagram razmatranog projekta

- Analiza vremena.

Prvo je potrebno na dijagram prikazan na slici 1.33 naneti vremena trajanja aktivnosti (slika 1.34) a potom primenom obrasca 1.1 izvršiti proračun najranijeg početka aktivnosti:



Slika 1.34. Mrežni dijagram pri normalnom trajanju aktivnosti

$$t_1^o = 0$$

$$t_2^o = \max(t_1^o + t_{12}) = 0 + 10 = 10$$

$$t_3^o = \max[(t_2^o + t_{23})] = \max[(10 + 6)] = 16$$

$$t_4^o = \max[(t_2^o + t_{24})] = \max[(10 + 6)] = 16$$

$$t_5^o = \max[(t_2^o + t_{25})] = \max[(10 + 10)] = 20$$

$$t_6^o = \max[(t_4^o + t_{46}); (t_5^o + t_{56})] = \max[(16 + 3); (20 + 14)] = \max(19; 34) = 34$$

$$t_7^o = \max[(t_5^o + t_{57})] = (20 + 22) = 42$$

$$t_8^o = \max[(t_3^o + t_{38}); (t_4^o + t_{48}); (t_6^o + t_{68})] = \max[(16 + 4); (16 + 20); (34 + 4)] \\ = \max(20; 36; 38) = 38$$

$$t_9^o = \max[(t_8^o + t_{89}); (t_6^o + t_{69}); (t_7^o + t_{79})] = \max[(38 + 8); (34 + 10); (42 + 5)] \\ = \max(46; 44; 47) = 47$$

Najkasnije nastupanje aktivnosti, prema jednačini 1.2:

$$t_9^o = t_9^1 = 47$$

$$t_8^1 = \min[(t_9^1 - t_{89})] = \min[(47 - 8)] = 39$$

$$t_7^1 = \min[(t_9^1 - t_{79})] = \min[(47 - 5)] = 42$$

$$t_6^1 = \min[(t_9^1 - t_{69}); (t_8^1 - t_{68})] = \min[(47 - 10); (39 - 4)] = \min(37; 35) = 35$$

$$t_5^1 = \min[(t_7^1 - t_{57}); (t_6^1 - t_{56})] = \min[(42 - 22); (35 - 14)] = \min(20; 21) = 20$$

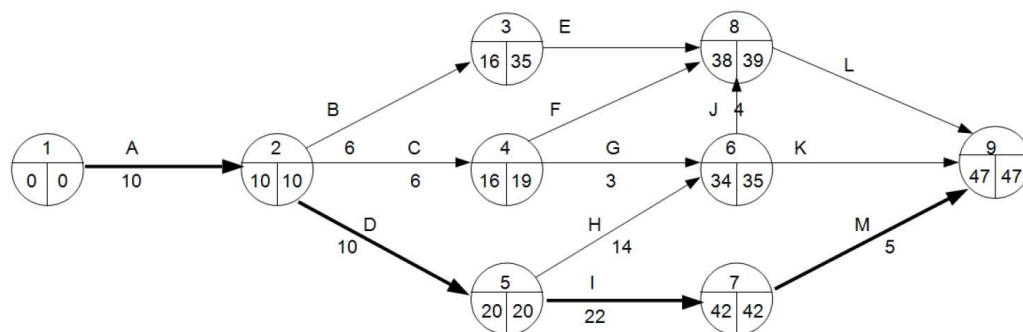
$$t_4^1 = \min[(t_6^1 - t_{46}); (t_8^1 - t_{48})] = \min[(35 - 3); (39 - 20)] = \min(32; 19) = 19$$

$$t_3^1 = \min[(t_8^1 - t_{38})] = \min[(39 - 4)] = 35$$

$$t_2^1 = \min[(t_3^1 - t_{23}); (t_4^1 - t_{24}); (t_5^1 - t_{25})] = \min[(35 - 6); (19 - 6); (20 - 10)] = \\ = \min(29; 13; 10) = 10$$

$$t_1^1 = \min[(t_2^1 - t_{12})] = \min[(10 - 10)] = 0$$

Konačni mrežni dijagram, sa određenim kritičnim putem izgleda kao na slici 1.35.



Slika 1.35. Mrežni dijagram za određivanje kritičnog puta

Primer 1.11. U Tabeli 1.13. data je lista aktivnosti (izgradnja novog proizvodnog postrojenja), njihova međuzavisnost i vremensko trajanje pojedinih aktivnosti.

Tabela 1.13. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

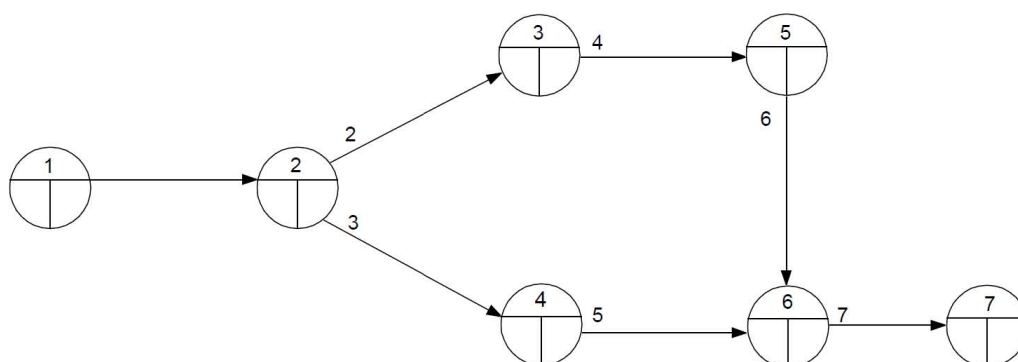
Redni broj aktivnosti	Naziv	Zavisi od	Trajanje
1	Izrada projekta i ugovaranje izgradnje	/	2
2	Izgradnja građevinskih objekata	1	8
3	Dopremanje tehnološke opreme	1	2
4	Ugradnja instalacija	2	3
5	Montaža tehnološke opreme	3	4
6	Ugradnja specijalnih postrojenja	4	1
7	Tehnička kontrola	5, 6	2

Potrebno je:

- Nacrtati mrežni dijagram i numerisati ga rastućim uzastopnim numerisanjem po pravilu Fulkersona,
- Izvršiti analizu vremena,
- Odrediti kritični put.

Rešenje:

- Mrežni dijagram razmatranog projekta, slika 1.36:



Slika 1.36. Polazni mrežni dijagram

b) **Analiza vremena:**

Određivanje najranijeg početka aktivnosti:

$$t_1^o = 0$$

$$t_2^o = \max(t_1^o + t_{12}) = 0 + 2 = 2$$

$$t_3^o = \max[(t_2^o + t_{23})] = \max[(2 + 8)] = 10$$

$$t_4^o = \max[(t_2^o + t_{24})] = \max[(2 + 2)] = 4$$

$$t_5^o = \max[(t_3^o + t_{35})] = \max[(10 + 3)] = 13$$

$$t_6^o = \max[(t_5^o + t_{56}); (t_4^o + t_{46})] = \max[(13 + 1); (4 + 4)] = \max(14; 8) = 14$$

$$t_7^o = \max[(t_6^o + t_{67})] = (14 + 2) = 16$$

Određivanje najkasnijeg početka aktivnosti:

$$t_7^1 = t_7^o = 16$$

$$t_6^1 = \min[(t_7^1 - t_{67})] = \min[(16 - 2)] = \min(14) = 14$$

$$t_5^1 = \min[(t_6^1 - t_{56})] = \min[(14 - 1)] = \min(13) = 13$$

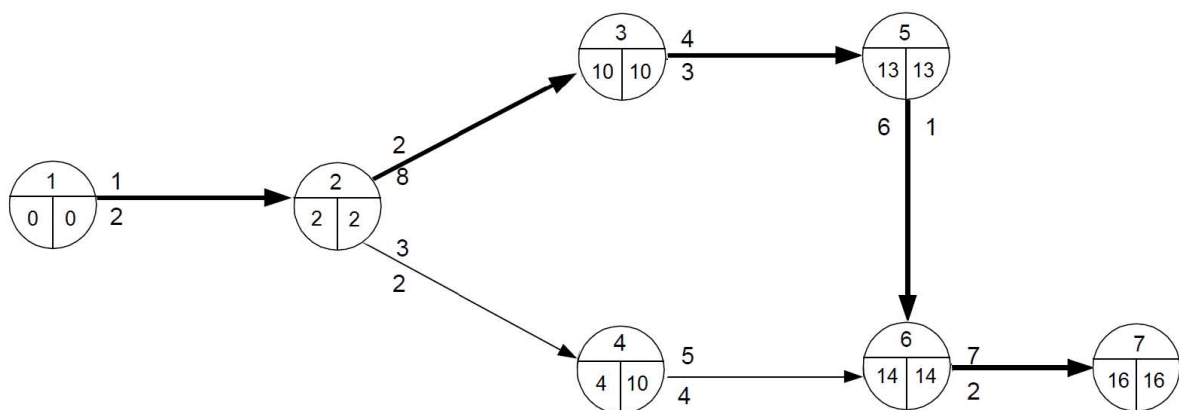
$$t_4^1 = \min[(t_6^1 - t_{46})] = \min[(14 - 4)] = \min(10) = 10$$

$$t_3^1 = \min[(t_5^1 - t_{35})] = \min[(13 - 3)] = 10$$

$$t_2^1 = \min[(t_3^1 - t_{23}); (t_4^1 - t_{24})] = \min[(10 - 8); (10 - 2)] = \min(2; 8) = 2$$

$$t_1^1 = \min[(t_2^1 - t_{12})] = \min[(2 - 2)] = 0$$

Analiza vremena prikazana je na mrežnom dijagramu, slika 1.37.



Slika 1.37. Analiza vremena pri normalnom trajanju aktivnosti

c) Kritični put razmatranog projekta je: 1-2-4-6-7.

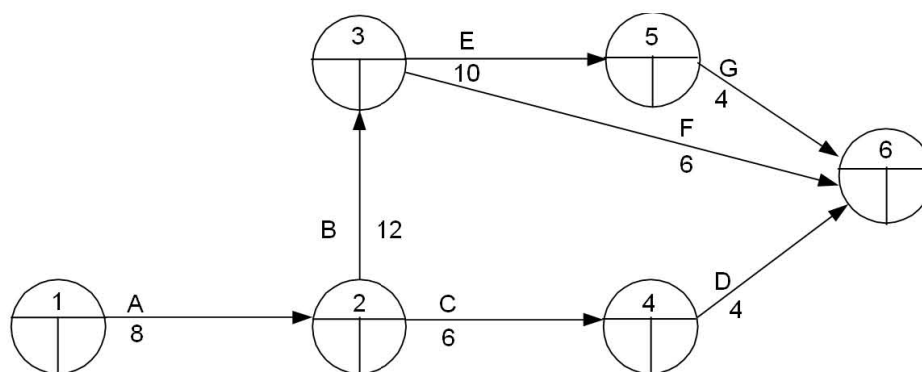
Primer 1.12. Za projekat, čiji je plan realizacije dat matricom međuzavisnosti aktivnosti, tabela 1.14, nacrtati i numerisati mrežni dijagram, izvršiti analizu vremena i odrediti kritični put.

Tabela 1.14. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

		Posmatrana aktivnost						
		A	B	C	D	E	F	G
Prethodna aktivnost	A		X	X				
	B					X	X	
	C				X			
	D							
	E							X
	F							
	G							
t_n (dan)		8	12	6	4	10	6	4

Rešenje:

Mrežni dijagram posmatranog projekta, pri normalnom trajanju aktivnosti, dat je na slici 1.38.



Slika 1.38. Polazni mrežni dijagram

Analiza vremena (određivanje najranijeg i najkasnijeg početka aktivnosti):

$$t_1^o = 0$$

$$t_2^o = \max(t_1^o + t_{12}) = 0 + 8 = 8$$

$$t_3^o = \max[(t_2^o + t_{23})] = \max[(8 + 12)] = 20$$

$$t_4^o = \max[(t_2^o + t_{24})] = \max[(8 + 6)] = 14$$

$$t_5^o = \max[(t_3^o + t_{35})] = \max[(20 + 10)] = 30$$

$$t_6^o = \max[(t_3^o + t_{36}); (t_4^o + t_{46}); (t_5^o + t_{56})] = \max[(20 + 6); (14 + 4); (30 + 4)] = \max(26; 18; 34) = 34$$

$$t_6^0 = t_6^1 = 34$$

$$t_5^1 = \min [(t_6^1 - t_{56})] = \min [(34 - 4)] = 30$$

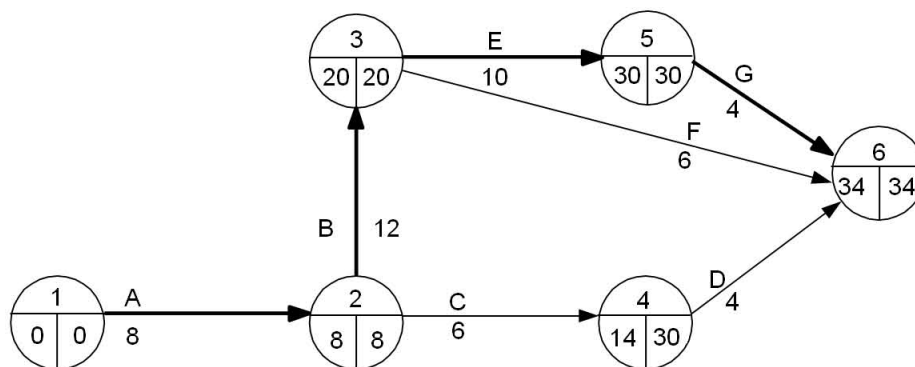
$$t_4^1 = \min [(t_6^1 - t_{46})] = \min [(34 - 4)] = 30$$

$$t_3^1 = \min [(t_6^1 - t_{36}); (t_5^1 - t_{35})] = \min [(34 - 6); (30 - 10)] = \min (28, 20) = 20$$

$$t_2^1 = \min [(t_4^1 - t_{24}); (t_3^1 - t_{23})] = \min [(30 - 6); (20 - 12)] = \min (24; 8) = 8$$

$$t_1^1 = \min [(t_2^1 - t_{12})] = \min [(8 - 8)] = 0$$

Kritični put dat je na slici 1.39.



Slika 1.39. Mrežni dijagram kod normalnog trajanja aktivnosti

Primer 1.13. Za projekat sanacije deponije data je strukturna tabela 1.15. sa aktivnostima, njihovim međusobnim zavisnostima i vremenima trajanja. Formirajte mrežni dijagram, odredite najkraće vreme za koje se može realizovati projekat i označite kritični put.

Tabela 1.15. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

Posmatrana Prethodna	A	B	C	D	E	F	G	H
A		X	X					
B				X		X		
C					X			
D					X			
E							X	
F								X
G								
H								
Trajanje aktivnosti	7	7	9	10	14	11	7	5

Rešenje:

Analiza vremena:

Određivanje najranijeg početka aktivnosti

Koristeći jednačinu 1.1. moguće je izvršiti sledeći proračun:

$$t_1^o = 0$$

$$t_2^o = \max(t_1^o + t_{12}) = 0 + 7 = 7$$

$$t_3^o = \max[(t_2^o + t_{23})] = \max[(7 + 7)] = 14$$

$$t_4^o = \max[(t_2^o + t_{24}); (t_3^o + t_{34})] = \max[(7 + 9); (14 + 10)] = \max(16, 24) = 24$$

$$t_5^o = \max[(t_3^o + t_{35})] = \max[(14 + 11)] = 25$$

$$t_6^o = \max[(t_4^o + t_{46})] = \max[(24 + 14)] = 38$$

$$t_7^o = \max[(t_5^o + t_{57}); (t_6^o + t_{67})] = \max[(25 + 5); (38 + 7)] = \max(30, 45) = 45$$

Određivanje najkasnijeg početka aktivnosti:

$$t_7^o = t_7^1 = 45$$

$$t_6^1 = \min[(t_7^1 - t_{67})] = \min[(45 - 7)] = 38$$

$$t_5^1 = \min[(t_7^1 - t_{57})] = \min[(45 - 5)] = 40$$

$$t_4^1 = \min[(t_6^1 - t_{46})] = \min[(38 - 14)] = 24$$

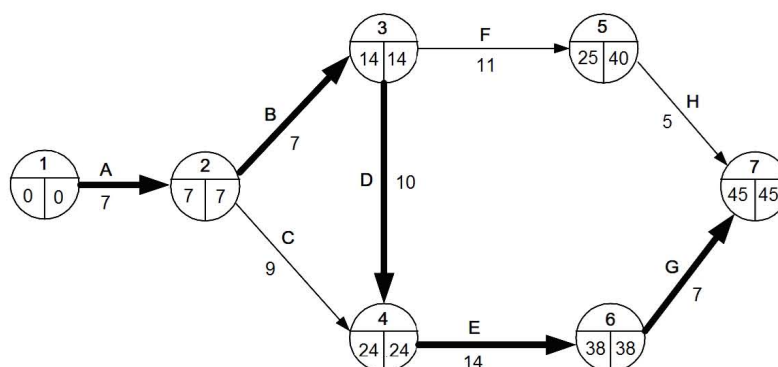
$$t_3^1 = \min[(t_4^1 - t_{34}); (t_5^1 - t_{35})] = \min[(24 - 10); (40 - 11)] = \min(14, 29) = 14$$

$$t_2^1 = \min[(t_3^1 - t_{23}); (t_4^1 - t_{24})] = \min[(14 - 7); (24 - 9)] = \min(7, 15) = 7$$

$$t_1^1 = \min[(t_2^1 - t_{12})] = \min[(7 - 7)] = 0$$

Kritični put je: A-B-D-E-G; $7+7+10+14+7=45$ dana.

Mrežni dijagram, sa određenim kritičnim putem dat je na slici 1.40.



Slika 1.40. Mrežni dijagram za određivanje kritičnog puta

Primer 1.14. Osnovni elementi nekog projekta dati su u Tabeli 1.16. Izvršiti analizu vremena i odrediti kritični put.

Tabela 1.16. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

		Posmatrana aktivnost							
		A	B	C	D	E	F	G	H
Prethodna aktivnost	A				X				
	B					X			
	C						X		
	D							X	
	E								
	F							X	
	G								X
	H								
Trajanje:(dan)		5	4	4	9	5	5	4	4

Rešenje:

Analiza vremena:

$$t_1^0 = 0$$

$$t_2^0 = t_1^0 + t_{12} = 0 + 5 = 5$$

$$t_3^0 = t_1^0 + t_{13} = 0 + 4 = 4$$

$$t_4^0 = t_1^0 + t_{14} = 0 + 4 = 4$$

$$t_5^0 = \max[(t_2^0 + t_{23}); (t_3^0 + t_{35})] = \max[(5 + 9); (4 + 5)] = \max [14; 9] = 14$$

$$t_6^0 = t_5^0 + t_{56} = 14 + 4 = 18$$

$$t_7^0 = \max[(t_4^0 + t_{47}); (t_6^0 + t_{67})] = \max[(4 + 5); (18 + 4)] = \max [9; 22] = 22$$

$$t_7^1 = 22$$

$$t_6^1 = t_7^1 - t_{67} = 22 - 4 = 18$$

$$t_5^1 = t_6^1 - t_{56} = 18 - 4 = 14$$

$$t_4^1 = t_7^1 - t_{47} = 22 - 5 = 17$$

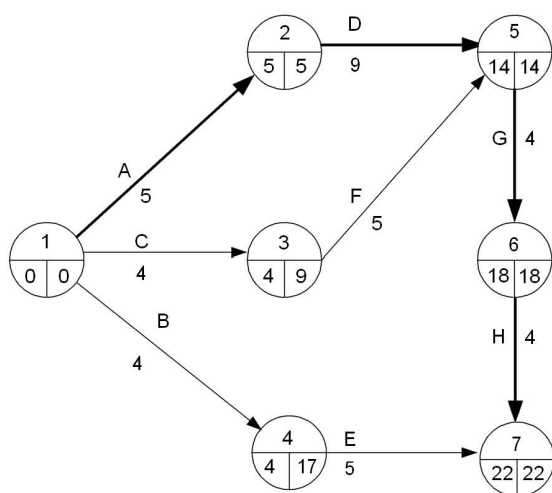
$$t_3^1 = t_5^1 - t_{35} = 14 - 5 = 9$$

$$t_2^1 = t_5^1 - t_{25} = 14 - 9 = 5$$

$$t_1^1 = \min[(t_2^1 - t_{12}); (t_3^1 - t_{13}); (t_4^1 - t_{14})] = \min[(5 - 5); (9 - 4); (17 - 4)] = \min [0; 5; 13] = 0$$

Kritični put je: A-D-G-H; 5+9+4+4=22 dana.

Mrežni dijagram razmatranog primera je dat na slici 1.41.



Slika 1.41. Mrežni dijagram razmatranog primera

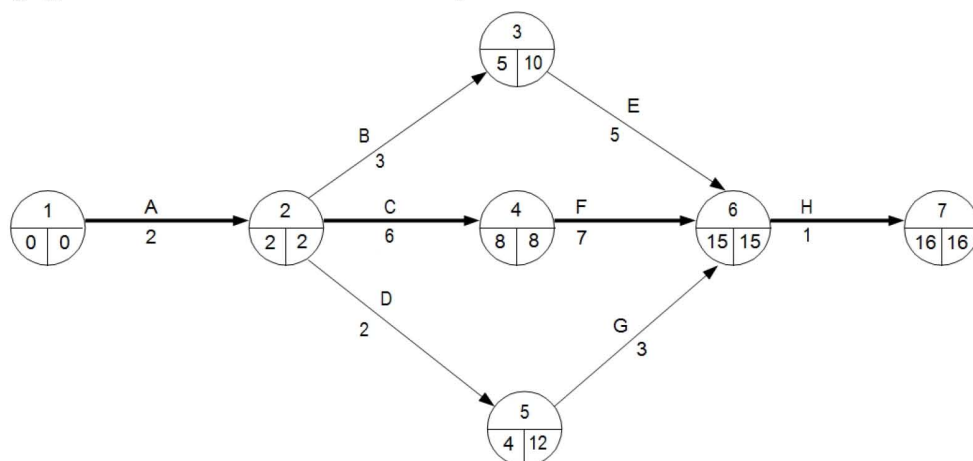
Primer 1.15. Realizacija nekog projekta je definisana sledećom matricom međuzavisnosti, Tabela 1.17. Realizaciju projekta prikazati mrežnim dijagramom po CPM metodi (izvršiti analizu vremena i odrediti kritični put).

Tabela 1.17. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

		Posmatrana aktivnost							
		A	B	C	D	E	F	G	H
Prethodna aktivnost	A		X	X	X				
	B					X			
	C						X		
	D							X	
	E								X
	F								X
	G								X
	H								
Trajanje aktivnosti		2	3	6	2	5	7	3	1

Rešenje:

Mrežni dijagram sa analizom vremena je dat na slici 1.42.



Slika 1.42. Mrežni dijagram razmatranog primera prema CPM metodi

Analiza vremena:

$$t_1^0 = 0$$

$$t_2^0 = t_1^0 + t_{12} = 0 + 2 = 2$$

$$t_3^0 = t_2^0 + t_{23} = 2 + 3 = 5$$

$$t_4^0 = t_2^0 + t_{24} = 2 + 6 = 8$$

$$t_5^0 = t_2^0 + t_{25} = 2 + 2 = 4$$

$$t_6^0 = \max[(t_3^0 + t_{36}); (t_4^0 + t_{46}); (t_5^0 + t_{56})] = \max[(5 + 5); (8 + 7); (4 + 3)] = \max[10; 15; 7] = 15$$

$$t_7^0 = t_6^0 + t_{67} = 15 + 1 = 16$$

$$t_7^1 = 16$$

$$t_6^1 = t_7^1 - t_{67} = 16 - 1 = 15$$

$$t_5^1 = t_6^1 - t_{56} = 15 - 3 = 12$$

$$t_4^1 = t_6^1 - t_{46} = 15 - 7 = 8$$

$$t_3^1 = t_6^1 - t_{36} = 15 - 5 = 10$$

$$t_2^1 = \min[(t_3^1 - t_{23}); (t_4^1 - t_{24}); (t_5^1 - t_{25})] = \min[(10 - 3); (8 - 6); (12 - 2)] = \max[7; 2; 10] = 2$$

$$t_1^1 = t_2^1 - t_{12} = 0$$

Kritični put je A-C-F-H, trajanje: 16

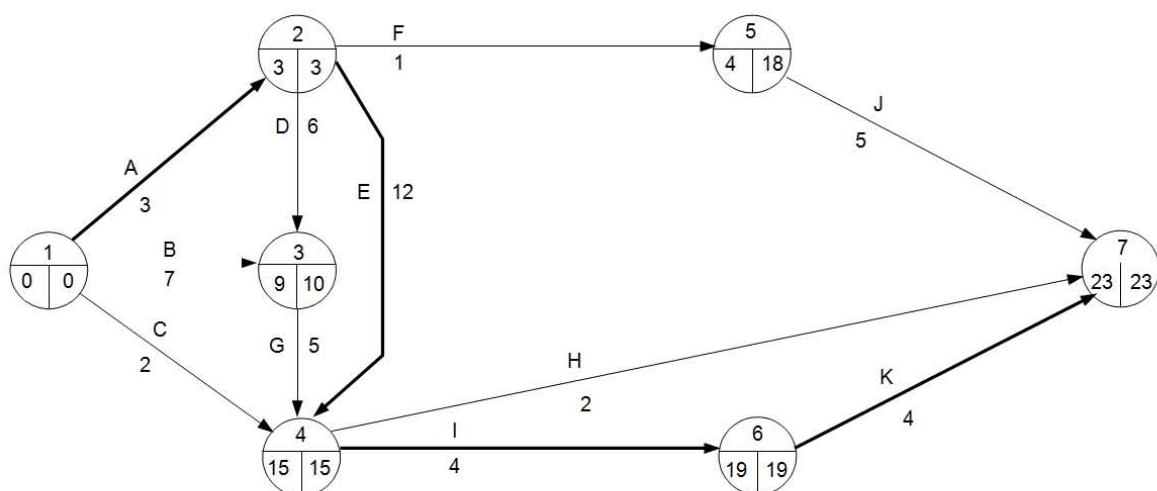
Primer 1.16. Za projekat koji je zadat tabelom međuzavisnosti aktivnosti, Tabela 1.18, identifikovati kritični put CPM metodom (analiza vremena i kritični put).

Tabela 1.18. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

Posmatrana aktivnost	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Prethodna aktivnost	/	/	/	A	A	A	B,D	C,G,E	C,G,E	F	I
Trajanje aktivnosti	3	7	2	6	12	1	5	2	4	5	4

Rešenje:

Analiza vremena i kritični put, određeni CPM metodom su dati na slici 1.43.



Slika 1.43. Mrežni dijagram određen CPM metodom

Analiza vremena:

$$t_1^0 = 0$$

$$t_2^0 = \max[(t_1^0 + t_{12})] = \max(0 + 3) = 3$$

$$t_3^0 = \max[(t_2^0 + t_{23}); (t_1^0 + t_{13})] = \max[(3 + 6); (0 + 7)] = \max[9; 7] = 9$$

$$t_4^0 = \max[(t_2^0 + t_{24}); (t_3^0 + t_{34}); (t_1^0 + t_{14})] = \max[(3 + 12); (8 + 5); (0 + 2)] = \max[15; 14; 2] = 15$$

$$t_5^0 = \max[(t_2^0 + t_{25})] = \max(3 + 1) = 4$$

$$t_6^0 = \max[(t_4^0 + t_{46})] = \max(15 + 4) = 19$$

$$t_7^0 = \max[(t_5^0 + t_{57}); (t_4^0 + t_{47}); (t_6^0 + t_{67})] = \max[(4 + 5); (15 + 2); (19 + 4)] = \max[9; 17; 23] = 23$$

$$t_7^1 = 23$$

$$t_6^1 = \min[(t_7^1 - t_{67})] = \min(23 - 4) = 19$$

$$t_5^1 = \min[(t_7^1 - t_{57})] = \min(23 - 5) = 18$$

$$t_4^1 = \min[(t_7^1 - t_{47}); (t_6^1 - t_{46})] = \min[(23 - 2); (19 - 4)] = \max[21; 15] = 15$$

$$t_3^1 = \min[(t_4^1 - t_{34})] = \min(15 - 5) = 10$$

$$t_2^1 = \min[(t_4^1 - t_{24}); (t_3^1 - t_{23}); (t_5^1 - t_{25})] = \min[(15 - 12); (18 - 1); (10 - 6)] = \max[3; 17; 4] = 3$$

$$t_1^1 = \min[(t_4^1 - t_{14}); (t_3^1 - t_{13}); (t_2^1 - t_{12})] = \min[(15 - 2); (10 - 7); (3 - 3)] = 0$$

Kritični put je A-E-I-K, trajanje: 23

Primer 1.17. Realizacija naučno-istraživačkog projekta je zamišljena prema sledećoj matrici međuzavisnosti aktivnosti, Tabela 1.19.

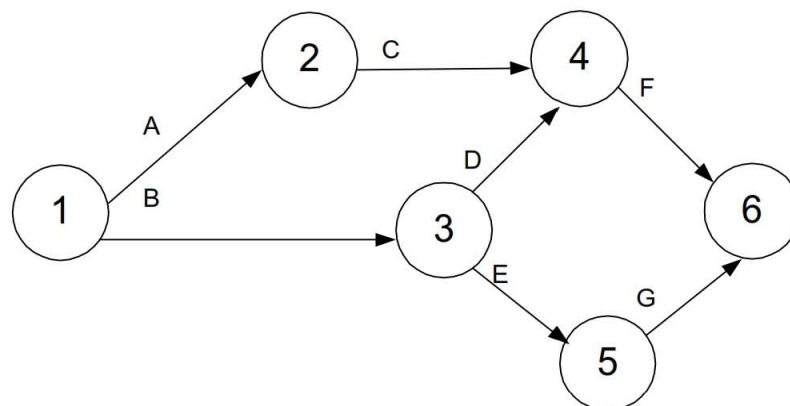
Tabela 1.19. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

		Posmatrana aktivnost						
		A	B	C	D	E	F	G
Prethodna aktivnost	A			X				
	B				X	X		
	C						X	
	D						X	
	E							X
	F							
	G							

Potrebno je projektovati mrežni dijagram.

Rešenje:

Mrežni dijagram razmatranog primera dat je na slici 1.40.

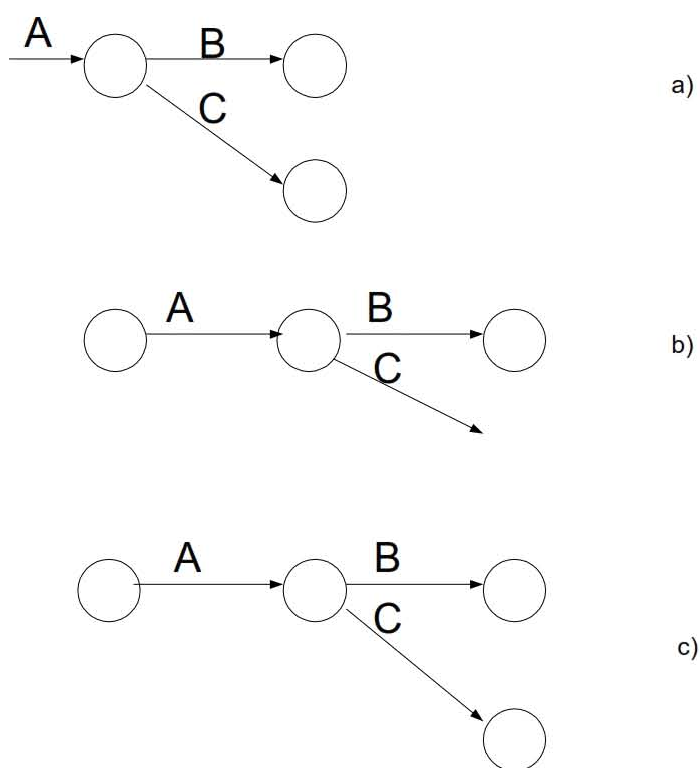


Slika 1.40. Mrežni dijagram razmatranog primera

PRILOG 1. Pravila kod konstruisanja mrežnih dijagrama

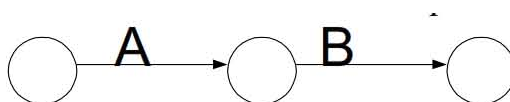
Pošto se sačini spisak svih aktivnosti datog projekta i odredi njihova međusobna zavisnost, pristupa se crtanju mrežnog dijagrama. Da bi prikaz odvijanja aktivnosti projekta bio veran stvarnosti i da bi se svaka aktivnost mogla jednoznačno obeležiti, pri crtanju mrežnog dijagrama moramo se pridržavati određenih pravila. To su sledeća pravila:

1. Svaka aktivnost mora otpočeti događajem i završiti se događajem. Na slici A1 pod a) i b) nepravilno su grafički prikazane aktivnosti A i C (respektivno). Naime, na slici a) A nema početni događaj, dok na slici b) aktivnost C nema krajnji događaj. Na slici pod c) dat je njihov ispravan grafički prikaz.



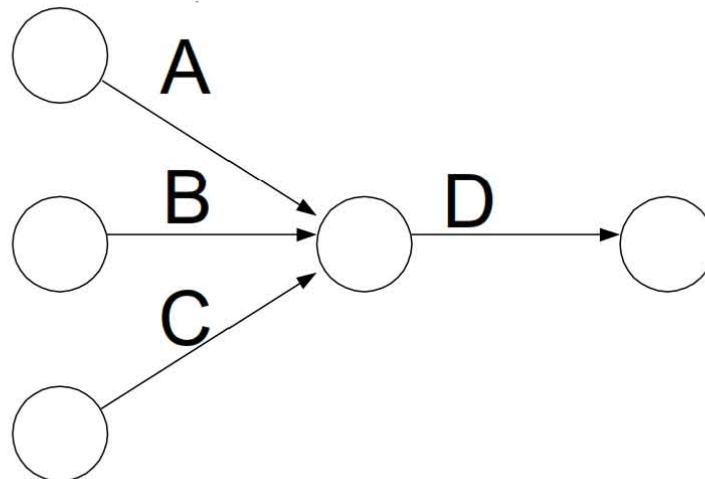
Slika A1. Pravilno i nepravilno označavanje aktivnosti

2. Ako neka aktivnost ne može početi pre nego što bude završena neka druga aktivnost, onda one moraju biti postavljene jedna iza druge tako da je završni događaj prethodne aktivnosti identičan početnom događaju druge aktivnosti. Na slici 2 aktivnost B može početi tek kada se potpuno završi aktivnost A.



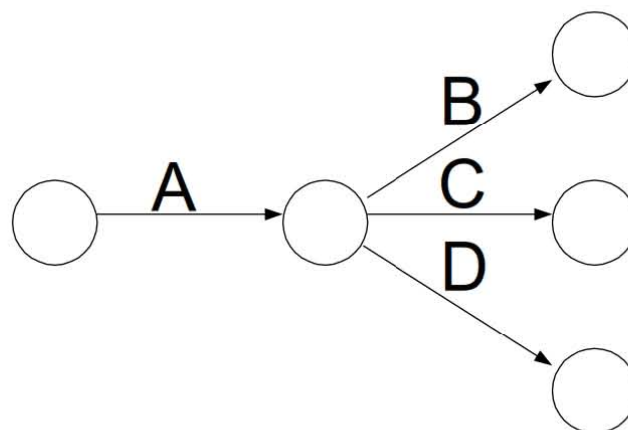
Slika A2. Raspoređivanje aktivnosti

3. Ako više aktivnosti mora biti završeno da bi se mogla otpočeti naredna aktivnost, onda se sve te aktivnosti moraju završiti u početnom događaju naredne aktivnosti. Na slici A3 aktivnost D može početi tek kada se završe aktivnosti A, B i C.



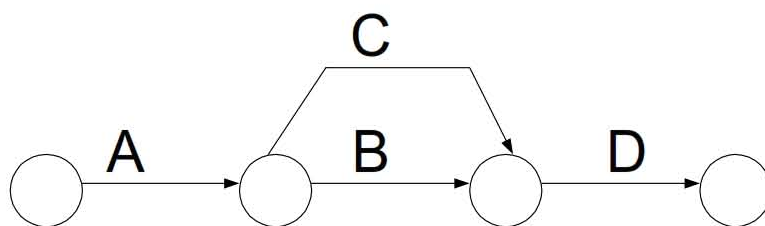
Slika A3. Raspoređivanje više prethodnih aktivnosti

4. Ako po završetku jedne aktivnosti može početi više aktivnosti istovremeno, onda je završni događaj prethodne aktivnosti istovremeno početni događaj svih tih aktivnosti. Na slici A4, posle završetka aktivnosti A, mogu početi aktivnosti B, C i D.



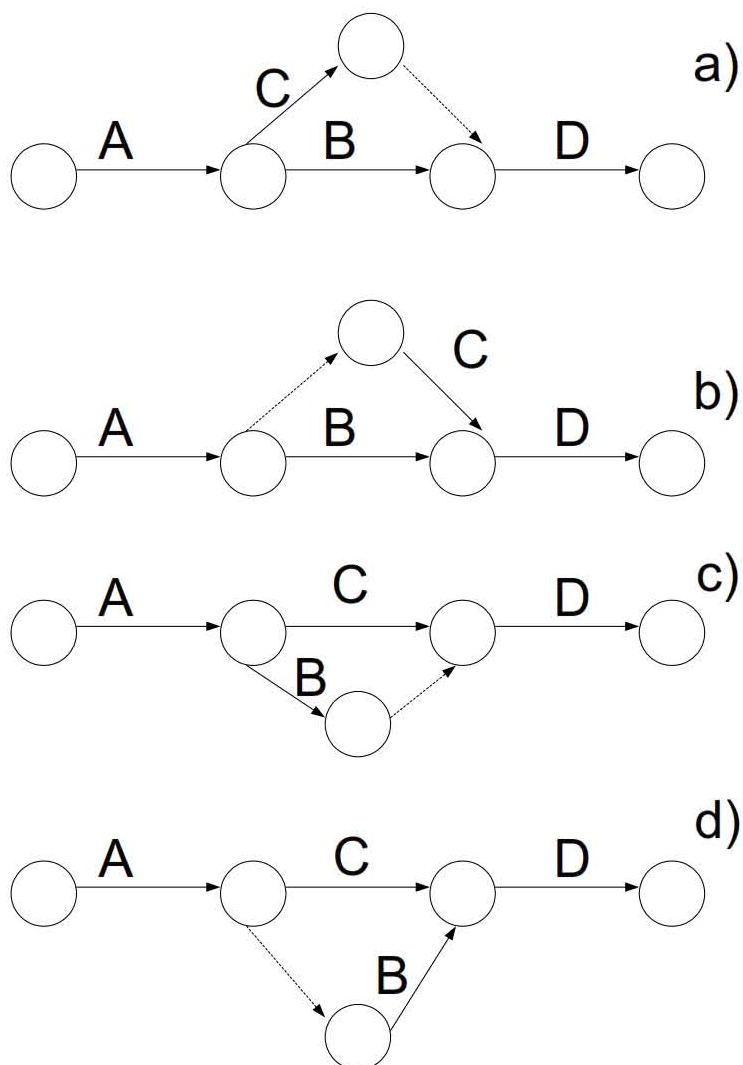
Slika A4. Raspoređivanje više narednih aktivnosti

5. Ako dve ili više aktivnosti imaju zajednički početni i završni događaj, da bi se obezbedilo njihovo jednoznačno određivanje, uvodimo veštačke aktivnosti. Paralelne aktivnosti, na primer, mogu biti istovremeno završene, ali ne mogu imati zajedničke početne i završne događaje. Na slici A5, posle završetka aktivnosti A mogu početi aktivnosti B i C, a posle njihovog završetka počinje aktivnost D.



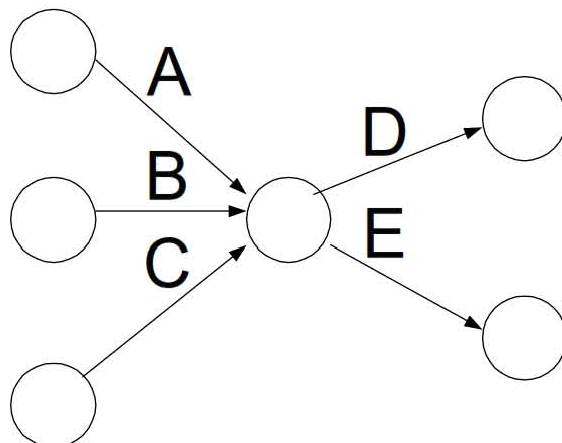
Slika A5. Nepravilnost prikaza paralelnih aktivnosti

Na slici A5. aktivnosti B i C imaju zajednički početni i završni događaj, a to je, zbog potrebe jednoznačne identifikacije aktivnosti, nedopustivo. Ispravno prikazivanje ovih aktivnosti obezbediće se uvođenjem veštačke aktivnosti. Moguća su četiri načina ispravnog prikaza ovih aktivnosti i oni su prikazani na slici A6.



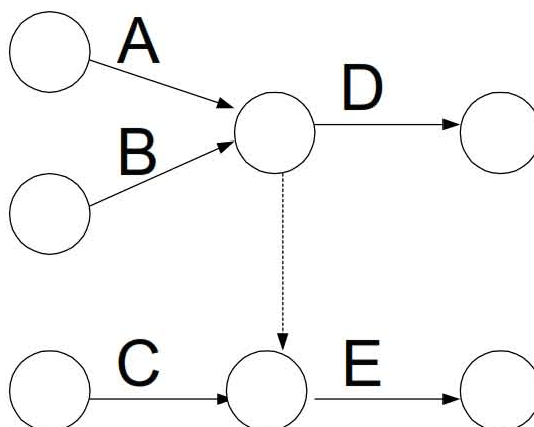
Slika A6. Ispravno prikazivanje paralelnih aktivnosti

6. Ako se u jednom događaju završava i počinje više aktivnosti koje nisu sve međusobno zavisne, onda se prave zavisnosti moraju prikazati pomoću veštačke aktivnosti. Na slici A7 prikazane su aktivnosti A,B,C,D i E tako što po završetku aktivnosti A,B i C počinju aktivnosti D i E.



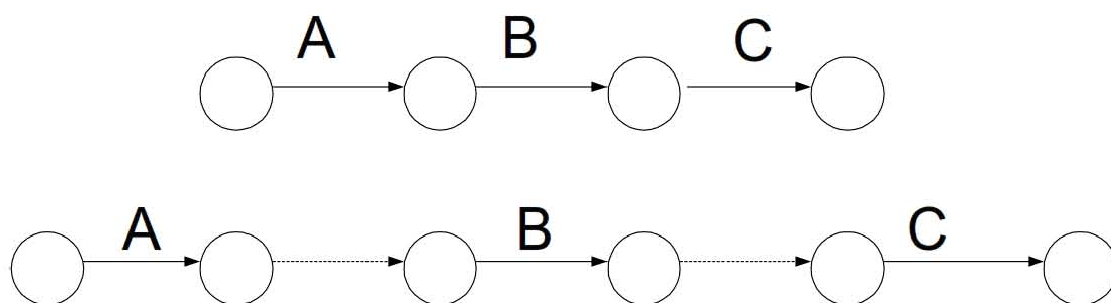
Slika A7. Nepravilan prikaz više aktivnosti koje počinju u jednom događaju

Pretpostavimo da je stvarna zavisnost takva da aktivnost D može početi kad se završe aktivnosti A i B, a aktivnost E tek kad se završe aktivnosti A, B i C. Ispravan grafički prikaz zavisnosti ovih aktivnosti dat je, pomoću veštačke aktivnosti, na slici A8.



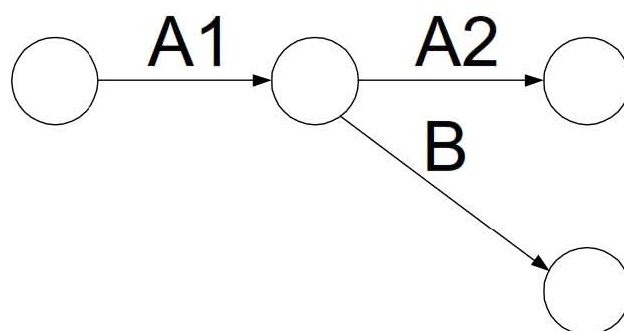
Slika A8. Pravilan prikaz više aktivnosti koje počinju u jednom događaju

7. U niz realnih aktivnosti može se uključiti proizvoljan broj veštačkih aktivnosti, a da se time ne naruše principi konstrukcije mrežnih dijagrama. Na slici A9 ispravan je i jedan i drugi način grafičkog predstavljanja aktivnosti A, B i C.



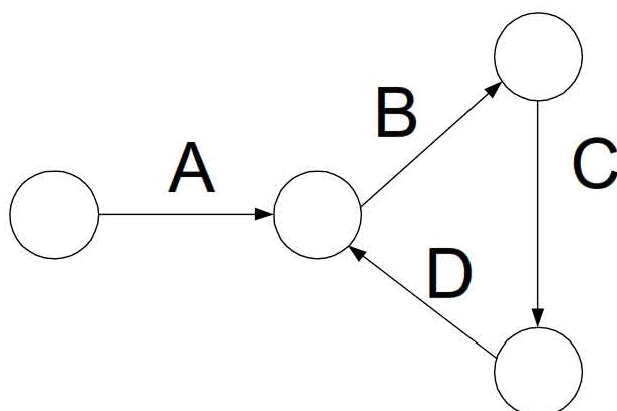
Slika A9. Pravilan prikaz veštačkih aktivnosti

8. Ako neka aktivnost može početi pre nego što je prethodna aktivnost potpuno završena, onda je prethodna aktivnost složena i mora se podeliti na dve ili više prostih aktivnosti. Tako, na primer, posmatrana aktivnost B može početi nakon što je prethodna aktivnost A delimično završena. Aktivnost A mora se podeliti na dve aktivnosti A₁ i A₂ (slika A10).



Slika A10. Prikaz složene aktivnosti

9. Pojava petlji, ili zatvorenih kontura, nije dozvoljena u mrežnom dijagramu. To znači da se u mrežnom dijagramu bilo koja aktivnost može vremenski samo jednom odigrati. Pojava petlji u mrežnom dijagramu ukazuje na postojanje greške i ona se mora otkloniti. Mrežni dijagram na slici A11 sadrži petlju, što znači da postoji neka kontradikcija u vremenskoj zavisnosti aktivnosti.



Slika A11. Petlja u mrežnom dijagramu